Geometria

do básico ao avançado — 15 questões da Coleção Enem

Como ler. Cada página tem duas colunas: à esquerda, a questão do Enem como caiu; à direita, o resumo do conteúdo que a resolve — conceito e fórmula — para a revisão. As questões estão em três blocos, proporcionais ao que a prova cobra: Geometria plana (6), Geometria espacial (6) e Geometria analítica e localização (3), cada um em ordem crescente de dificuldade.

Os níveis. Os cinco níveis são relativos ao próprio tema: dividem em quintis os 129 itens válidos de Geometria da Coleção (2012–2025, a ≥ 1), com cortes em 659,6, 693,9, 721,3 e 753,1 na escala 500 + 100·b (parâmetros publicados pelo Inep). Na escala da prova, esses itens se distribuem em 7 muito fáceis, 20 fáceis, 62 medianos, 33 difíceis e 7 muito difíceis — quase metade é mediana, por isso os níveis do tema ficam concentrados entre 650 e 760. No cabeçalho de cada questão, a dificuldade publicada e a faixa ❶–❺ da Coleção (cortes 580 / 660 / 740 / 820).

As 15 questões

Nº	Bloco	Nível	Enem	Hab.	Dificuldade	a	Modelo da questão
01	Geometria plana	1 · Básico	2023	H12	648,7	3,59	Área de figuras compostas (decomposição)
02	Geometria plana	2 · Fundamental	2020	H14	677,0	2,73	Teorema de Pitágoras (geratriz do cone)
03	Geometria plana	3 · Intermediário	2013	H9	719,5	3,21	Razões trigonométricas no triângulo retângulo (sen, cos, tg)
04	Geometria plana	4 · Avançado	2024	H9	723,7	2,96	Área do setor circular
05	Geometria plana	4 · Avançado	2024	H12	729,8	1,97	Comprimento da circunferência (C = 2πr)
06	Geometria plana	5 · 900+	2024	H22	787,2	5,45	Áreas de polígonos regulares em função do perímetro
07	Geometria espacial	1 · Básico	2019	H13	640,1	2,30	Volume do paralelepípedo (laje, piscina, caixa)
08	Geometria espacial	2 · Fundamental	2020	H14	660,8	3,20	Volume do paralelepípedo (nível de líquido)
09	Geometria espacial	2 · Fundamental	2025	H6	677,9	2,20	Projeções de um sólido nos três planos coordenados
10	Geometria espacial	3 · Intermediário	2024	H14	703,3	3,12	Volume do cilindro (V = πr²h)
11	Geometria espacial	4 · Avançado	2022	H14	744,8	2,96	Volume do cone (V = πr²h/3)
12	Geometria espacial	5 · 900+	2022	H12	756,7	4,16	Volume da esfera (V = 4πr³/3)
13	Analítica e localização	1 · Básico	2025	H6	626,9	2,02	Orientação em mapa (pontos cardeais, direita e esquerda)
14	Analítica e localização	3 · Intermediário	2019	H9	698,1	1,62	Distância entre pontos e região circular (d ≤ r)
15	Analítica e localização	5 · 900+	2018	H22	795,0	1,86	Equação da circunferência (centro e raio)

Escolha: discriminação (todas com a ≥ 1,62; mediana 2,96), recorrência do modelo e diversidade — um modelo por questão; 11 das 15 são de 2020 em diante. A analítica tem 3 vagas porque responde por 8 dos 129 itens do tema.

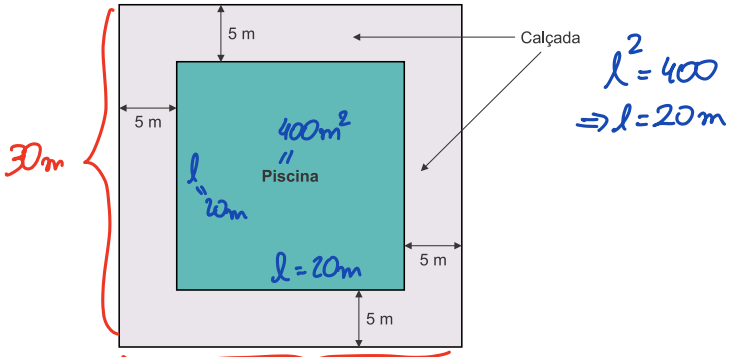
$\pi(R^2-r^2)=\pi(R+r)(R-r)$

GEOMETRIA PLANA

NÍVEL 1 · BÁSICO dificuldade até 659,6 (quintil do tema)

Questão 01 (H12 | 2023 | 648,7) ①②③④⑤

Na planta baixa de um clube, a piscina é representada por um quadrado cuja área real mede 400 m^2. Ao redor dessa piscina, será construída uma calçada, de largura constante igual a 5 m.



Qual é a medida da área, em metro quadrado, ocupada pela calçada?

A) 1 000
B) 900
C) 600
D) 500
E) 400

Geometria plana · nível 1

Área por decomposição. Uma figura composta tem área igual à soma (ou à diferença) das áreas de figuras simples:

$$A_{\text{faixa}} = A_{\text{externa}} - A_{\text{interna}}$$

Uma calçada de largura x ao redor de um quadrado de lado l forma um quadrado externo de lado $l + 2x$ (a largura entra dos dois lados). Comece pelo que é dado — se a área é dada, o lado é a raiz.

NÍVEL 2 · FUNDAMENTAL dificuldade 659,6 a 693,9 (quintil do tema)

Questão 02 (H14 | 2020 | 677,0) ①②③④⑤

No período de fim de ano, o síndico de um condomínio resolveu colocar, em um poste, uma iluminação natalina em formato de cone, lembrando uma árvore de Natal, conforme as figuras 1 e 2.

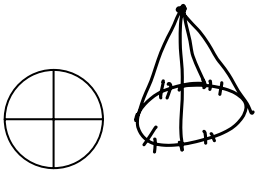



Figura 1

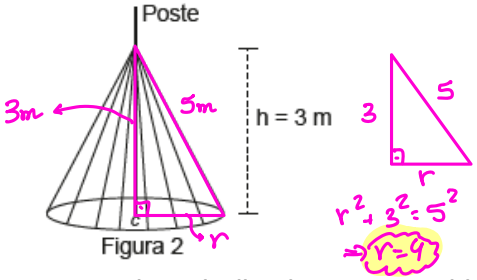


Figura 2

A árvore deverá ser feita colocando-se mangueiras de iluminação, consideradas segmentos de reta de mesmo comprimento, a partir de um ponto situado a 3 m de altura no poste até um ponto de uma circunferência de fixação, no chão, de tal forma que esta fique dividida em 20 arcos iguais. O poste está fixado no ponto *C* (centro da circunferência) perpendicularmente ao plano do chão.

Para economizar, ele utilizará mangueiras de iluminação aproveitadas de anos anteriores, que juntas totalizaram pouco mais de 100 m de comprimento, dos quais ele decide usar exatamente 100 m e deixar o restante como reserva.

Para que ele atinja seu objetivo o raio, em metro, da circunferência deverá ser de

A) 4,00.
B) 4,87.
C) 5,00.
D) 5,83.
E) 6,26.

Geometria plana · nível 2

Teorema de Pitágoras. Em todo triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é a soma dos quadrados dos catetos:

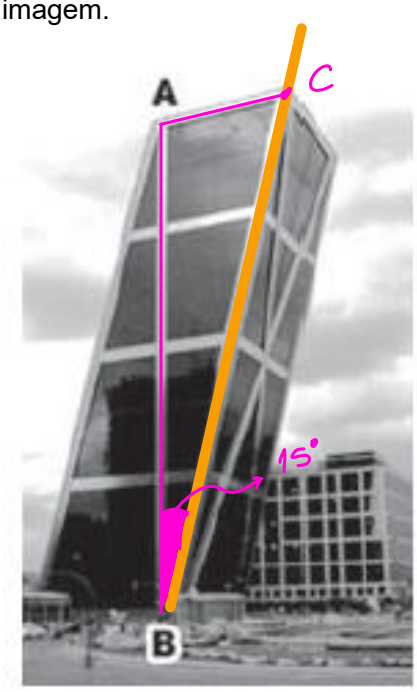
$$a^2 = b^2 + c^2$$

No cone, altura h, raio r e geratriz g formam um triângulo retângulo: $g^2 = h^2 + r^2$. Ternos que mais aparecem: (3, 4, 5), (5, 12, 13), (6, 8, 10). Antes de calcular, desenhe o triângulo e marque qual lado é a hipotenusa (o oposto ao ângulo reto).

NÍVEL 3 · INTERMEDIÁRIO dificuldade 693,9 a 721,3 (quintil do tema)

Questão 03 (H9 | 2013 | 719,5) ①②③④⑤

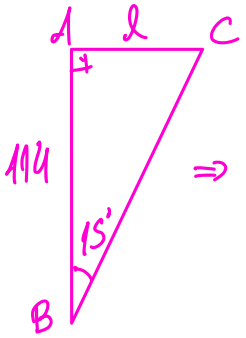
As torres Puerta de Europa são duas torres inclinadas uma contra a outra, construídas numa avenida de Madri, na Espanha. A inclinação das torres é de 15° com a vertical e elas têm, cada uma, uma altura de 114 m (a altura é indicada na figura como o segmento AB). Estas torres são um bom exemplo de um prisma oblíquo de base quadrada e uma delas pode ser observada na imagem.



Disponível em: www.flickr.com. Acesso em: 27 mar. 2012.

Utilizando 0,26 como valor aproximado para a tangente de 15° e duas casas decimais nas operações, descobre-se que a área da base desse prédio ocupa na avenida um espaço

A) menor que 100 m^2.
B) entre 100 m^2 e 300 m^2.
C) entre 300 m^2 e 500 m^2.
D) entre 500 m^2 e 700 m^2.
E) maior que 700 m^2.



$\Rightarrow tg15° = \frac{l}{114}$

$\Rightarrow l = 0{,}26 \cdot 114$

$\Rightarrow l = 114 \cdot 0{,}25 + 114 \cdot 0{,}01$

$\Rightarrow l = \frac{114}{4} + \frac{114}{100} = 28{,}5 + 1{,}14$

$\Rightarrow l = 29{,}64$

Logo, área base $= l^2 = 29{,}64^2 \cong 900\ m^2$

Geometria plana · nível 3

Razões trigonométricas. No triângulo retângulo, para um ângulo agudo θ:

$$\text{sen}\theta = \frac{\text{oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{oposto}}{\text{adjacente}}$$

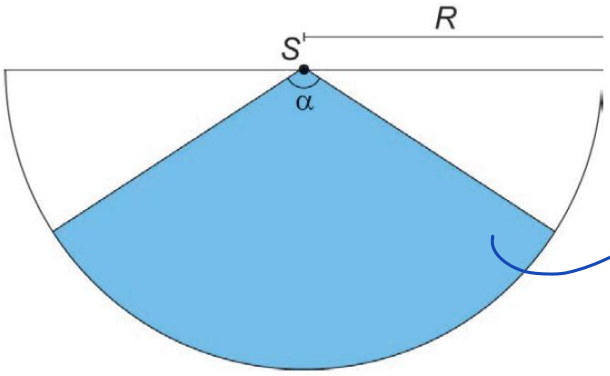
Uma inclinação θ com a vertical desloca horizontalmente $h \cdot \tan\theta$ a cada altura h. Use o valor aproximado dado no enunciado e só arredonde no fim. Valores notáveis: $\text{sen}30° = \frac{1}{2}$, $\cos 60° = \frac{1}{2}$, $\tan 45° = 1$.

$1/4 = (0{,}25 + 0{,}01)$

NÍVEL 4 · AVANÇADO dificuldade 721,3 a 753,1 (quintil do tema)

Questão 04 (H9 | 2024 | 723,7) ①②③④⑤

Um proprietário pretende instalar um sensor de presença para a proteção de seu imóvel. O sensor deverá detectar movimentos de objetos e pessoas numa determinada região plana. A figura ilustra a vista superior da área de cobertura (setor circular em azul) de um sensor colocado no ponto S. Essa área depende da medida do ângulo α, em grau, e do raio R, em metro.



Ao aumentar o ângulo α ou o raio R aumenta-se a área de cobertura do sensor. Entretanto, quanto maior essa área, maior o preço do sensor.

Para esse fim, há cinco tipos de sensores disponíveis no mercado, cada um com as seguintes características:

- tipo I: α = 15° e R = 20 m;
- tipo II: α = 30° e R = 22 m;
- tipo III: α = 40° e R = 12 m;
- tipo IV: α = 60° e R = 16 m;
- tipo V: α = 90° e R = 10 m.

Esse proprietário pretende adquirir um desses sensores que seja capaz de cobrir, no mínimo, uma área de medida 70 m², com o menor preço possível.

Use 3 como valor aproximado para π.

O proprietário do imóvel deverá adquirir o sensor do tipo

A) I

B) II

C) III

D) IV

E) V

Geometria plana · nível 4

Setor circular. Um setor de ângulo central α (em graus) é a fração $\frac{\alpha}{360°}$ do círculo:

$$A_{\text{setor}} = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi R^2$$

$$\ell_{\text{arco}} = \frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi R$$

Dobrar o raio quadruplica a área; dobrar o ângulo só dobra. Para comparar opções, calcule $\alpha \cdot R^2$ de cada uma (o fator $\frac{\pi}{360}$ é comum a todas) e só depois verifique a condição pedida.

$A_{SETOR} = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi R^2 = \frac{\alpha \cdot R^2}{120}$

TIPO I: $\frac{15}{360} \cdot \pi \cdot 20 \cdot 20 = 50 m^2$

TIPO II: $\frac{30 \cdot 22 \cdot 22}{120} = 121 m^2$

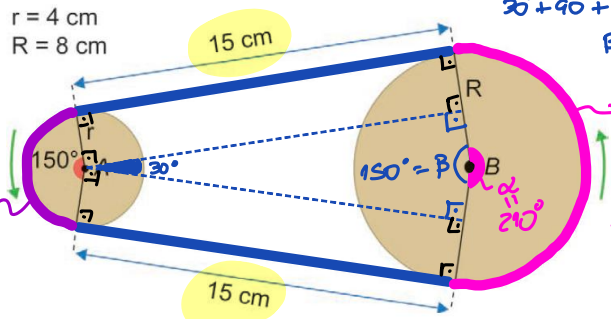
TIPO III: $\frac{40 \cdot 12 \cdot 12}{120} = 48 m^2$

TIPO IV: $\frac{60 \cdot 16 \cdot 16}{120} = 128 m^2$

TIPO V: $\frac{90 \cdot 10 \cdot 10}{120} = 75 m^2$

Questão 05 (H12 | 2024 | 729,8) ①②③④⑤

Um sistema de polias circulares e correias é um dos mecanismos responsáveis pela transmissão de movimento em máquinas rotativas. O manual de um motor traz uma figura representando um sistema composto por duas polias e uma correia de transmissão, tensionada e perfeitamente ajustada sobre as polias, de modo a não apresentar folgas nos contatos com as polias. Considere que as partes dessa correia que não ficam em contato com as polias são representadas por segmentos de reta tangentes às polias.



Para substituição dessa correia, é necessária a especificação de seu comprimento.

Considere 3 como valor aproximado para π.

A medida do comprimento dessa correia, em centímetro, é

A) 54.
B) 60.
C) 66.
D) 68.
E) 72.

Geometria plana · nível 4

Comprimento da circunferência e arcos. O comprimento de uma circunferência de raio r é

$$C = 2\pi r$$

Uma correia sobre duas polias se divide em trechos retos (tangentes, perpendiculares aos raios nos pontos de contato) e arcos. Some os comprimentos dos arcos em contato com cada polia e os dos segmentos retos. Quando as polias têm o mesmo raio, os dois arcos são semicircunferências e juntos formam uma circunferência inteira.

NÍVEL 5 · 900+ dificuldade acima de 753,1 (quintil do tema)

Questão 06 (H22 | 2024 | 787,2) ①②③④⑤

Um jardineiro dispõe de k metros lineares de cerca baixa para fazer um jardim ornamental. O jardim, delimitado por essa cerca, deve ter a forma de um triângulo equilátero, um quadrado ou um hexágono regular. A escolha será pela forma que resulte na maior área.

O jardineiro escolherá a forma de

A) hexágono regular, pois a área do jardim, em metro quadrado, será $\frac{k^2\sqrt{3}}{24}$.
B) hexágono regular, pois a área do jardim, em metro quadrado, será $\frac{3k^2\sqrt{3}}{2}$.
C) quadrado, pois a área do jardim, em metro quadrado, será $\frac{k^2}{16}$.
D) triângulo equilátero, pois a área do jardim, em metro quadrado, será $\frac{k^2\sqrt{3}}{36}$.
E) triângulo equilátero, pois a área do jardim, em metro quadrado, será $\frac{k^2\sqrt{3}}{4}$.

Geometria plana · nível 5

Áreas de polígonos regulares com o mesmo perímetro. Com perímetro k fixo, o lado de um polígono regular de n lados é $\frac{k}{n}$. As áreas:

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A_{\text{quadrado}} = L^2$$

$$A_{\text{hexágono}} = 6 \cdot \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

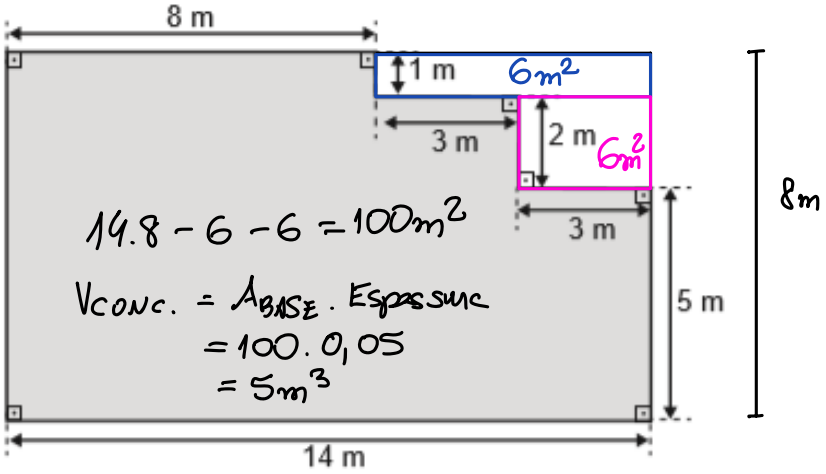
O hexágono regular é formado por seis triângulos equiláteros. Com o mesmo perímetro, quanto mais lados, maior a área (o círculo é o limite). Substitua $L = \frac{k}{n}$ em cada fórmula e compare as expressões em k^2.

GEOMETRIA ESPACIAL

NÍVEL 1 · BÁSICO dificuldade até 659,6 (quintil do tema)

Questão 07 (H13 | 2019 | 640,1) ①②③④⑤

Um mestre de obras deseja fazer uma laje com espessura de 5 cm (0,05 m) utilizando concreto usinado, conforme as dimensões do projeto dadas na figura. O concreto para fazer a laje será fornecido por uma usina que utiliza caminhões com capacidades máximas de 2 m³, 5 m³ e 10 m³ de concreto.



Qual a menor quantidade de caminhões, utilizando suas capacidades máximas, que o mestre de obras deverá pedir à usina de concreto para fazer a laje?

A) Dez caminhões com capacidade máxima de 10 m³.

B) Cinco caminhões com capacidade máxima de 10 m³.

C) Um caminhão com capacidade máxima de 5 m³.

D) Dez caminhões com capacidade máxima de 2 m³.

E) Um caminhão com capacidade máxima de 2 m³.

Geometria espacial · nível 1

Volume do paralelepípedo. Volume é área da base vezes altura:

$$V = a \cdot b \cdot c = A_{\text{base}} \cdot h$$

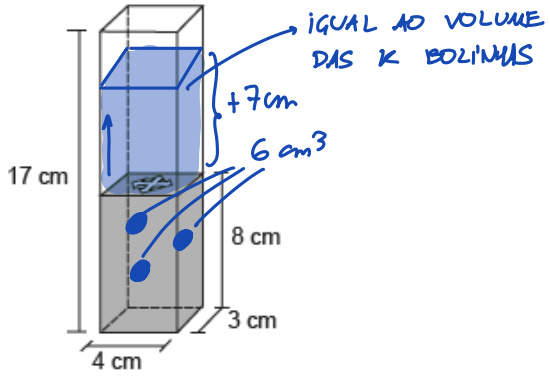
Laje, piscina rasa e camada de tinta são paralelepípedos «achatados»: área da planta × espessura. Converta a espessura para metro antes de multiplicar (5 cm = 0,05 m) e lembre que $1\ \text{m}^3 = 1\,000$ L.

NÍVEL 2 · FUNDAMENTAL dificuldade 659,6 a 693,9 (quintil do tema)

Questão 08 (H14 | 2020 | 660,8) ①②③④⑤

Num recipiente com a forma de paralelepípedo reto-retângulo, colocou-se água até a altura de 8 cm e um objeto, que ficou flutuando na superfície da água.

Para retirar o objeto de dentro do recipiente, a altura da coluna de água deve ser de, pelo menos, 15 cm. Para a coluna de água chegar até essa altura, é necessário colocar dentro do recipiente bolinhas de volume igual a 6 cm^3 cada, que ficarão totalmente submersas.



K

O número mínimo de bolinhas necessárias para que se possa retirar o objeto que flutua na água, seguindo as instruções dadas, é de

A) 14.
B) 16.
C) 18.
D) 30.
E) 34.

Geometria espacial · nível 2

Volume pelo deslocamento de líquido. Um objeto totalmente submerso eleva o nível do líquido em um volume igual ao seu:

$$V_{\text{objetos}} = A_{\text{base}} \cdot \Delta h$$

Para elevar o nível de h_1 a h_2 em um recipiente de base A, é preciso submergir $A \cdot (h_2 - h_1)$ de volume. Dividindo pelo volume de cada objeto e arredondando para cima, obtém-se a quantidade mínima.

$V_{LÍQ.} + V_{BOLINHAS} = V_{PARAL.\ C/\ ALTURA\ =15}$

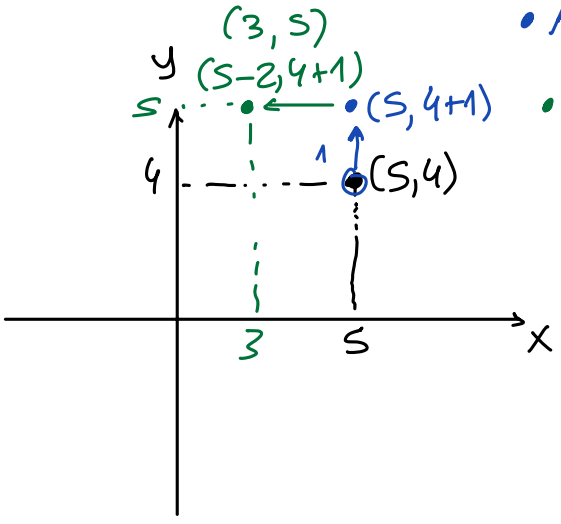
$4.3.8 + 6.K = 4.3.15$

$\Rightarrow 6K = 4.3.15 - 4.3.8$

$\Rightarrow 6K = 4.3.(15-8)$

$\Rightarrow 6K = 4.3.7$

$\Rightarrow K = \frac{4.3.7}{6} = 14$

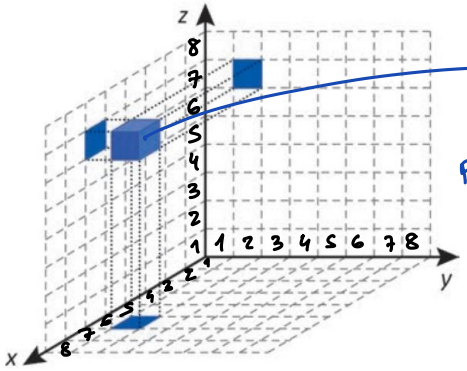


• Afastou 1 un. do eixo x

• Aprox. 2 un. do eixo y

Questão 09 (H6 | 2025 | 677,9) ①②③④⑤

Em um jogo de computador, um cubo se encontra inicialmente posicionado conforme indicado na figura.



$(x, y, z) = (6, 2, 7)$

POSIÇÃO FINAL $= (6-3, 2+5, 7-4)$
$= (3, 7, 3)$

AUMENTO DE 5 UNID. NO Y

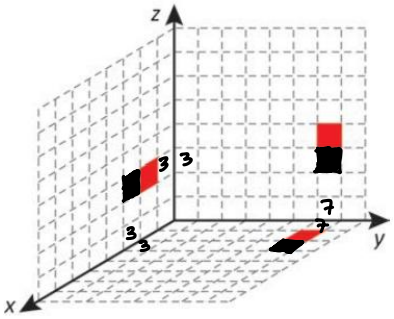
REDUZIR 3 UNID. NO X

REDUZIR 4 UNID. EM Z

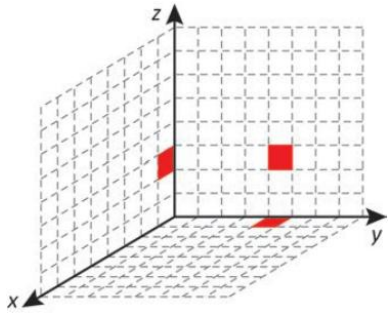
Cada deslocamento efetuado por esse cubo se dá sempre em uma das direções definidas pelos três eixos coordenados. Ao se movimentar a partir da posição inicial, esse cubo se aproximou 3 unidades do plano yz, se afastou 5 unidades do plano xz e se aproximou 4 unidades do plano xy.

A figura que apresenta as projeções ortogonais desse cubo sobre os três planos coordenados, após efetuar as movimentações descritas, é

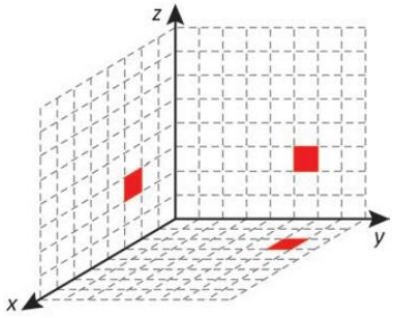
A



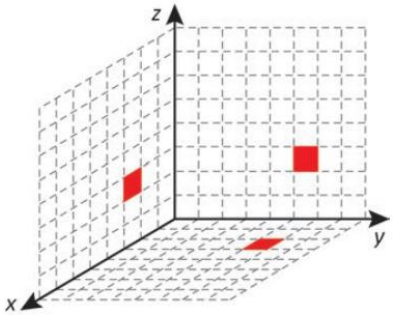
B



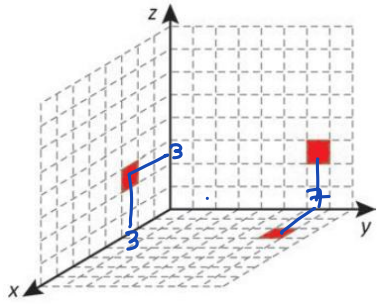
C



D



E



Geometria espacial · nível 2

Projeções ortogonais nos planos coordenados. A projeção de um ponto (x, y, z) no plano xy é $(x, y, 0)$; no plano xz, $(x, 0, z)$; no plano yz, $(0, y, z)$.

A distância ao plano yz é $|x|$; ao plano xz, $|y|$; ao plano xy, $|z|$.

Aproximar-se de um plano muda só a coordenada que mede a distância até ele. Mova o sólido coordenada por coordenada e só então projete em cada plano.

NÍVEL 3 · INTERMEDIÁRIO dificuldade 693,9 a 721,3 (quintil do tema)

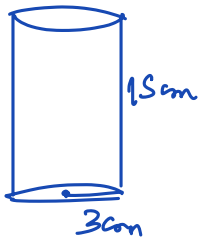
Questão 10 (H14 | 2024 | 703,3) ①②③④⑤

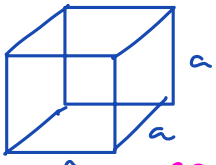
Em uma empresa é comercializado um produto em embalagens em formato de cilindro circular reto, com raio medindo 3 cm, e altura medindo 15 cm. Essa empresa planeja comercializar o mesmo produto em embalagens em formato de cubo, com capacidade igual a 80% da capacidade da embalagem cilíndrica utilizada atualmente.

Use 3 como valor aproximado para π.

A medida da aresta da nova embalagem, em centímetro, deve ser

A) 6.
B) 18.
C) $6\sqrt{6}$.
D) $6\sqrt[3]{6}$.
E) $3\sqrt[3]{12}$.





$0{,}8 \cdot 15$
$4 \cdot 15^3 = 12$
3

Geometria espacial · nível 3

Volume do cilindro. Área da base (círculo) vezes altura:

$$V = \pi r^2 h$$

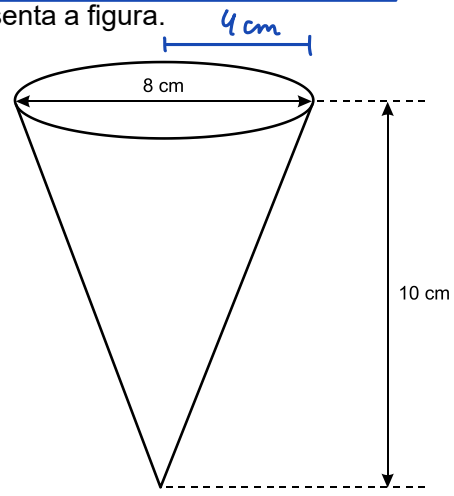
Para obter um sólido com uma fração do volume de outro, calcule o volume de partida, aplique a fração e iguale à fórmula do novo sólido. No cubo, $V = a^3$, e a aresta sai pela raiz cúbica — as alternativas costumam vir como $\sqrt[3]{}$ de um número, então não é preciso calcular a raiz.

$a \cdot a \cdot a = 80\%$ de $\pi 3^2 \cdot 15$
$a^3 = 0{,}8 \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 15$
$a^3 = 0{,}8 \cdot 15 \cdot 3^3$
$a^3 = 12 \cdot 3^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{12 \cdot 3^3}$
$a = 3\sqrt[3]{12}$

NÍVEL 4 · AVANÇADO dificuldade 721,3 a 753,1 (quintil do tema)

Questão 11 (H14 | 2022 | 744,8) ①②③④⑤

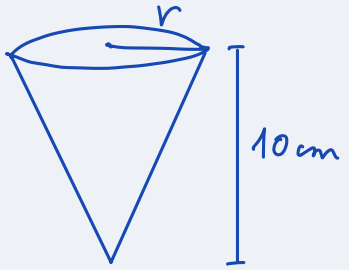
Uma empresa produz e vende um tipo de chocolate, maciço, em formato de cone circular reto com as medidas do diâmetro da base e da altura iguais a 8 cm e 10 cm, respectivamente, como apresenta a figura.



Devido a um aumento de preço dos ingredientes utilizados na produção desse chocolate, a empresa decide produzir esse mesmo tipo de chocolate com um volume 19% menor, no mesmo formato de cone circular reto com altura de 10 cm.

Para isso, a empresa produzirá esses novos chocolates com medida do raio da base, em centímetro, igual a

A) 1,52.
B) 3,24.
C) 3,60.
D) 6,48.
E) 7,20.



$V_{NOVO} = V_{ANTIGO} - 19\%$ do V_{ANTIGO}
$V_{NOVO} = 81\% \cdot V_{ANTIGO}$
$\frac{1}{3}\pi r^2 \cdot 10 = \frac{81}{100} \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi 4^2 \cdot 10$
$r^2 = \frac{81}{100} \cdot 4^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{81 \cdot 4^2}{100}}$
$\Rightarrow r = \frac{9 \cdot 4}{10} = 3{,}6\text{ cm}$

NÍVEL 5 · 900+ dificuldade acima de 753,1 (quintil do tema)

Questão 12 (H12 | 2022 | 756,7) ①②③④⑤

Uma cozinheira produz docinhos especiais por encomenda. Usando uma receita-base de massa, ela prepara uma porção, com a qual produz 50 docinhos maciços de formato esférico, com 2 cm de diâmetro. Um cliente encomenda 150 desses docinhos, mas pede que cada um tenha formato esférico com 4 cm de diâmetro. A cozinheira pretende preparar o número exato de porções da receita-base de massa necessário para produzir os docinhos dessa encomenda.

Quantas porções da receita-base de massa ela deve preparar para atender esse cliente?

- **A** 2
- **B** 3
- **C** 6
- **D** 12
- **E** 24

RAIO = 1 cm

RAIO = 2 cm

RECEITA-BASE ⇒ $50 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 1^3 = \frac{200\pi}{3}$

x3

RAIO x 2 ⇒ VOLUME x 2^3 (8x)

NOVA ENCOMENDA ⇒ $150 \cdot \frac{4}{3}\pi 2^3 = \frac{4800\pi}{3}$

1 PORÇÃO — $\frac{200\pi}{3}$

x — $\frac{4800\pi}{3}$

$\Rightarrow \frac{200\pi}{3} x = \frac{4800\pi}{3}$

$x = 24$

Geometria espacial · nível 5

Volume da esfera e semelhança. O volume da esfera é

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

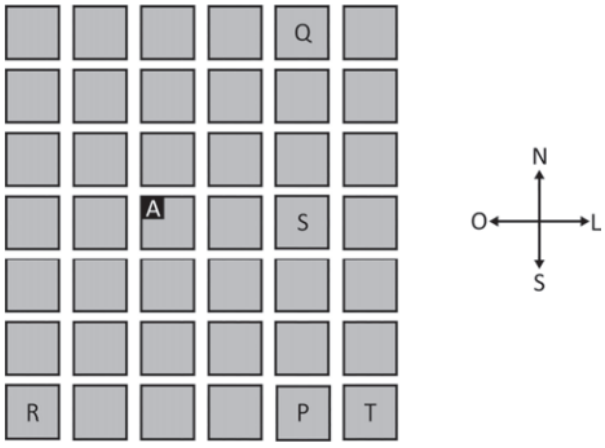
Em sólidos semelhantes, volumes crescem com o cubo da razão de semelhança: dobrar o diâmetro multiplica o volume por $2^3 = 8$. Uma porção que rendia n esferas pequenas rende $\frac{n}{8}$ esferas com o dobro do diâmetro. É o mesmo k^3 das escalas.

ANALÍTICA E LOCALIZAÇÃO

NÍVEL 1 · BÁSICO dificuldade até 659,6 (quintil do tema)

Questão 13 (H6 | 2025 | 626,9) ①②③④⑤

Os quadrados em cinza na figura representam os quarteirões de uma parte do bairro onde moram João e seu amigo. O quadrado pequeno (A), pintado em preto e localizado no canto superior esquerdo de um quadrado maior, indica a casa do amigo de João. João também mora em uma casa de esquina, mas na extremidade nordeste de um quarteirão. Para chegar à casa de seu amigo, ao sair de casa, João deve caminhar pelo quarteirão onde mora na direção oeste, dobrar à direita, caminhar por três quarteirões na direção norte e dobrar à esquerda. A casa de seu amigo fica no segundo quarteirão a oeste.



O quarteirão onde se encontra a casa de João é representado pelo quadrado com a letra

A) P.

B) Q.

C) R.

D) S.

E) T.

Analítica e localização · nível 1

Orientação em mapas. Com o norte para cima, leste fica à direita, oeste à esquerda e sul embaixo. «Dobrar à direita» depende do sentido em que se caminha:

Indo para oeste, a direita é o norte; indo para leste, a direita é o sul.

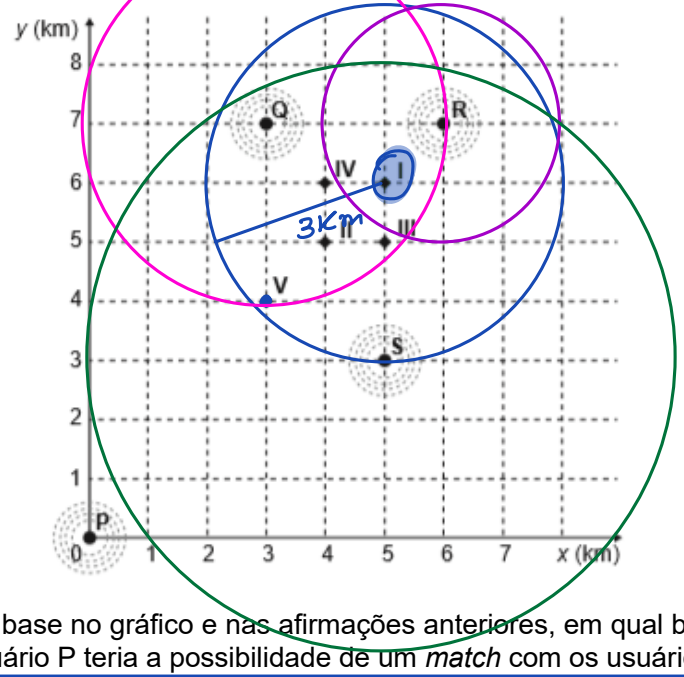
Refaça o trajeto de trás para a frente (do destino até a origem, invertendo cada giro) ou siga as instruções com o dedo no mapa, quarteirão por quarteirão. Extremidade nordeste = canto superior direito.

NÍVEL 3 · INTERMEDIÁRIO dificuldade 693,9 a 721,3 (quintil do tema)

Questão 14 (H9 | 2019 | 698,1) ①②③④⑤

Um aplicativo de relacionamentos funciona da seguinte forma: o usuário cria um perfil com foto e informações pessoais, indica as características dos usuários com quem deseja estabelecer contato e determina um raio de abrangência a partir da sua localização. O aplicativo identifica as pessoas que se encaixam no perfil desejado e que estão a uma distância do usuário menor ou igual ao raio de abrangência. Caso dois usuários tenham perfis compatíveis e estejam numa região de abrangência comum a ambos, o aplicativo promove o contato entre os usuários, o que é chamado de *match*.

O usuário P define um raio de abrangência com medida de 3 km e busca ampliar a possibilidade de obter um *match* se deslocando para a região central da cidade, que concentra um maior número de usuários. O gráfico ilustra alguns bares que o usuário P costuma frequentar para ativar o aplicativo, indicados por I, II, III, IV e V. Sabe-se que os usuários Q, R e S, cujas posições estão descritas pelo gráfico, são compatíveis com o usuário P, e que estes definiram raios de abrangência respectivamente iguais a 3 km, 2 km e 5 km.



Com base no gráfico e nas afirmações anteriores, em qual bar o usuário P teria a possibilidade de um *match* com os usuários Q, R e S, simultaneamente?

A) I
B) II
C) III
D) IV
E) V

Analítica e localização · nível 3

Distância entre pontos e região circular. No plano cartesiano,

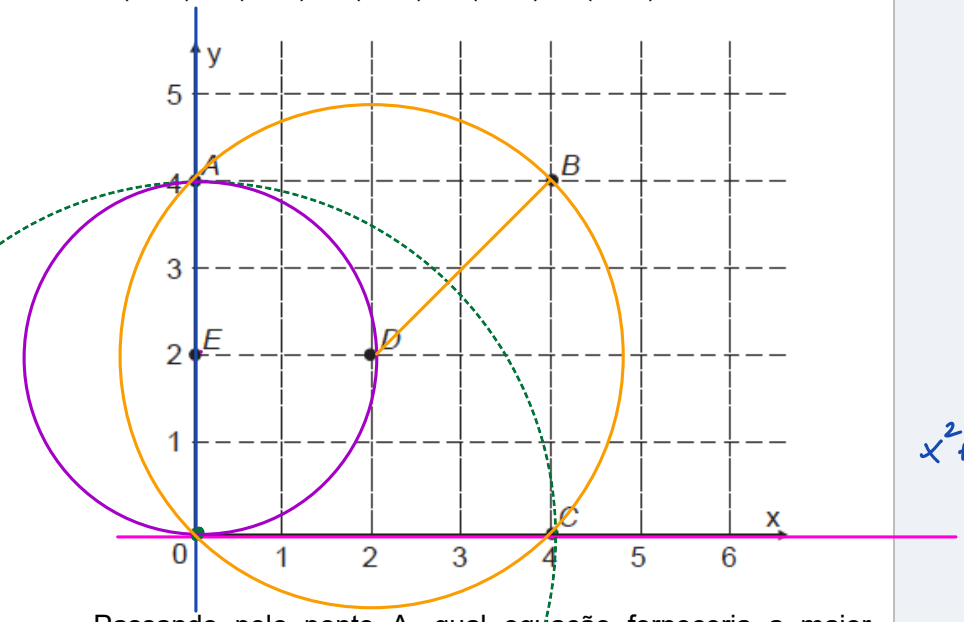
$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

O círculo de centro C e raio r é o conjunto dos pontos P com $d_{PC} \leq r$. Um ponto está numa região comum a dois círculos quando satisfaz as duas condições ao mesmo tempo. Na malha quadriculada, conte os lados do triângulo retângulo e aplique Pitágoras.

NÍVEL 5 · 900+ dificuldade acima de 753,1 (quintil do tema)

Questão 15 (H22 | 2018 | 795,0) ①②③④⑤

Um jogo pedagógico utiliza-se de uma interface algébrico-geométrica do seguinte modo: os alunos devem eliminar os pontos do plano cartesiano dando "tiros", seguindo trajetórias que devem passar pelos pontos escolhidos. Para dar os tiros, o aluno deve escrever em uma janela do programa a equação cartesiana de uma reta ou de uma circunferência que passa pelos pontos e pela origem do sistema de coordenadas. Se o tiro for dado por meio da equação da circunferência, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 2 pontos. Se o tiro for dado por meio da equação de uma reta, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 1 ponto. Em uma situação de jogo, ainda restam os seguintes pontos para serem eliminados: A (0 ; 4), B (4 ; 4), C (4 ; 0), D (2 ; 2), E (0 ; 2).



Passando pelo ponto A, qual equação forneceria a maior pontuação?

A) $x = 0$ (eixo y) pontos A e E (2 pontos)

B) $y = 0$ (eixo x) não passa pelo ponto A!

C) $x^2 + y^2 = 16 \Rightarrow (x-0)^2 + (y-0)^2 = 4^2$ ← CENTRO (0,0), RAIO = 4. Não passa pela origem

D) $x^2 + (y-2)^2 = 4 \Rightarrow (x-0)^2 + (y-2)^2 = 2^2$ ← CENTRO (0,2), RAIO = 2. pontos A e D (4 pontos)

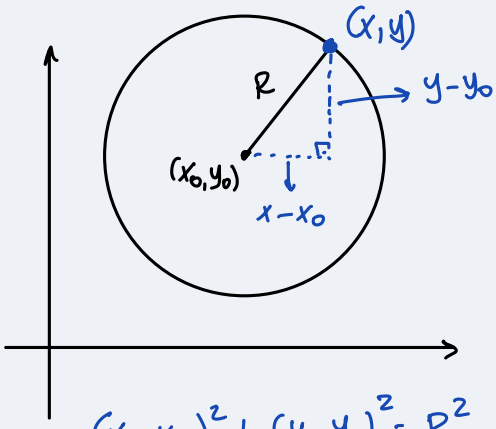
E) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$ ← CENTRO (2,2), RAIO = $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. pontos A, B e C (6 pontos)

Analítica e localização · nível 5

Equações da reta e da circunferência. Uma reta pela origem tem equação $y = mx$ (ou $x = 0$, a vertical); uma circunferência de centro $(a,\ b)$ e raio r tem equação

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Para uma circunferência que passa pela origem, $a^2 + b^2 = r^2$. Para saber se um ponto pertence à curva, substitua as coordenadas na equação e veja se a igualdade se verifica. Pontos alinhados com a origem cabem numa reta; três pontos não alinhados definem uma única circunferência.



$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2$$

ou

$$x^2 + y^2 - 2x_0x - 2y_0y + x_0^2 + y_0^2 - R^2 = 0$$

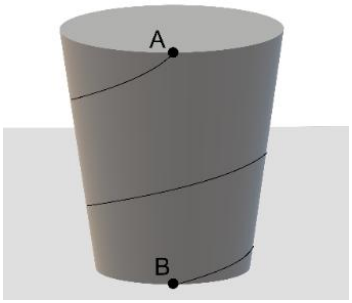
GABARITOS

Questão	Bloco	Nível	Enem	Hab.	Gabarito	Dificuldade	Faixa
01	Geometria plana	1	2023	H12	D	648,7	❷
02	Geometria plana	2	2020	H14	A	677,0	❸
03	Geometria plana	3	2013	H9	E	719,5	❸
04	Geometria plana	4	2024	H9	E	723,7	❸
05	Geometria plana	4	2024	H12	D	729,8	❸
06	Geometria plana	5	2024	H22	A	787,2	❹
07	Geometria espacial	1	2019	H13	C	640,1	❷
08	Geometria espacial	2	2020	H14	A	660,8	❸
09	Geometria espacial	2	2025	H6	E	677,9	❸
10	Geometria espacial	3	2024	H14	E	703,3	❸
11	Geometria espacial	4	2022	H14	C	744,8	❹
12	Geometria espacial	5	2022	H12	E	756,7	❹
13	Analítica e localização	1	2025	H6	A	626,9	❷
14	Analítica e localização	3	2019	H9	A	698,1	❸
15	Analítica e localização	5	2018	H22	E	795,0	❹

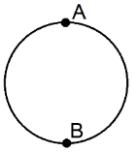
QUESTÕES AUTORAIS · Geometria

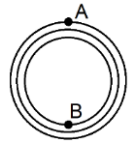
Questão 01 (H6 | 2º Simulado 2023)

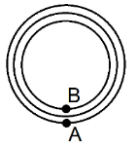
Um inseto percorre uma trajetória na face lateral de um copo posicionado acima de uma mesa. O copo tem forma de tronco de cone circular reto e sua base menor está apoiada sobre a mesa, que é uma região plana. O inseto percorrerá uma trajetória entre os pontos A e B da superfície lateral externa do copo, pertencentes a uma mesma geratriz do tronco, conforme a figura.

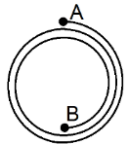


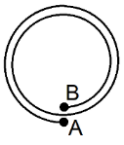
Qual figura melhor representa a projeção ortogonal da trajetória percorrida pelo inseto no plano da mesa?

A


B


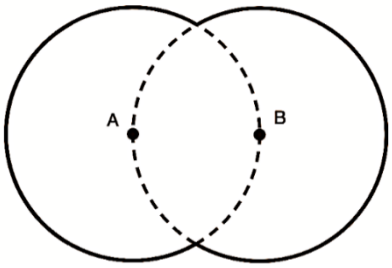
C


D


E


Questão 02 (H8 | 1º Simulado 2023)

Um agricultor possui um campo de plantação cuja região pode ser representada por duas circunferências, parcialmente sobrepostas, ambas com raio igual a 400 m. Os pontos A e B, centros das circunferências, distam 400 m um do outro. Para evitar invasões de animais, o agricultor deseja cercar todo o contorno do campo, representado pela linha contínua na imagem a seguir.



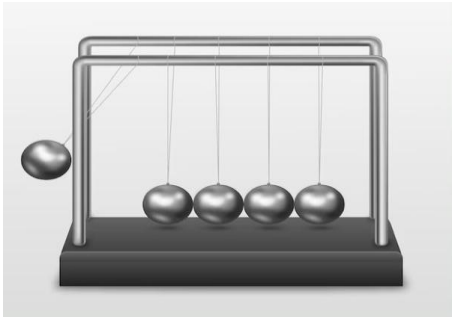
Sabe-se que a cerca a ser utilizada tem custo de R$ 15,00 por metro. Utilize 3 como aproximação para π.

O valor que será gasto pelo agricultor para cercar todo o contorno do campo é igual a

A R$ 48 000,00.
B R$ 54 000,00.
C R$ 60 000,00.
D R$ 66 000,00.
E R$ 72 000,00.

Questão 03 (H14 | 2º Simulado 2025)

O Pêndulo de Newton é um dispositivo mecânico que demonstra a conservação do momento e da energia em colisões perfeitamente elásticas. Ele consiste em uma série de esferas metálicas idênticas suspensas por fios, alinhadas em uma fileira, conforme ilustrado na imagem a seguir.



Disponível em: https://image.freepik.com/. Acesso em: 18 mar 2025.

Para fabricação das esferas metálicas de raio 2 cm, uma indústria utiliza o aço, cuja densidade é igual a 8 g/cm^3.

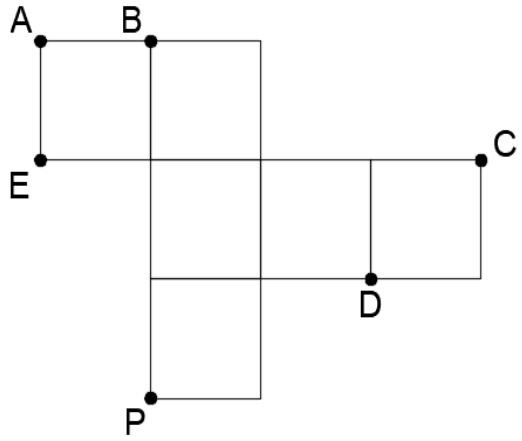
Sabe-se que a indústria dispõe de 2 quilogramas de aço em seu estoque para fabricação das esferas. Adote $\pi = 3$.

Considerando que não haja desperdício de material, a quantidade máxima de esferas metálicas que podem ser produzidas com o material de que a indústria dispõe é

A 6.
B 7.
C 8.
D 15.
E 16.

Questão 04 (H7 | 6º Simulado 2025)

O cubo é um sólido que possui 11 planificações possíveis, dentre as quais, uma delas é a que se encontra apresentada na figura a seguir, em que foram marcados os pontos A, B, C, D, E e P.



Na montagem do sólido em sua forma especial, alguns dos vértices dos quadrados que representam a planificação do cubo se juntarão, formando um mesmo vértice do sólido.

Nesse caso, qual dos pontos assinalados coincidirá com o ponto P em um mesmo vértice do cubo, após a montagem tridimensional?

A A

B B

C C

D D

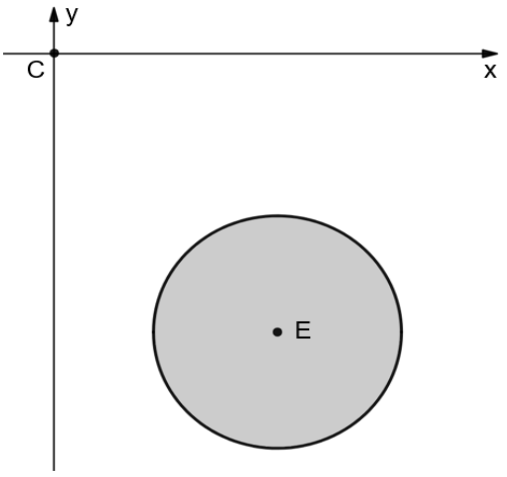
E E

Questão 05 (H22 | 4º Simulado 2023)

Um fazendeiro mapeou seu terreno com um plano cartesiano xOy, em que sua casa (C) se encontra na origem deste sistema e a unidade de comprimento é o quilômetro.

Nesta fazenda, há um cavalo preso por uma corda a uma estaca (E) fincada ao solo, de modo que o animal permaneça na região do plano destacada em cinza na figura abaixo, determinada pela seguinte inequação:

$$x^2 + y^2 - 9x + 12y + 50 \leq 0$$



A menor distância possível entre o cavalo e a casa do fazendeiro, em quilômetro, é igual a

A 4,5.

B 5,0.

C 6,0.

D 7,1.

E 7,5.

GABARITOS

Questão	Origem	Gabarito
01	2º Simulado 2023	**E**
02	1º Simulado 2023	**A**
03	2º Simulado 2025	**B**
04	6º Simulado 2025	**A**
05	4º Simulado 2023	**B**