QUESTÃO 01

Gabarito: D

Para resolvermos essa questão, primeiro, vamos calcular quantas são as possibilidades de em uma prova com sete itens, que o candidato acerte quatro questões completamente, duas questões parcialmente e erre apenas uma questão.

$$nº\,possibilidades = PR_6^{3,2,1}$$
$$nº\,possibilidades = \frac{6!}{3!\cdot 2!\cdot 1!}$$
$$nº\,possibilidades = \frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3!}{3!\cdot 2\cdot 1\cdot 1}$$
$$nº\,possibilidades = \frac{6\cdot 5\cdot 4}{2} = 6\cdot 5\cdot 2$$
$$nº\,possibilidades = 6\cdot 10 = 60$$

Agora, vamos calcular qual é a probabilidade de que o estudante acerte a seguinte sequência: acerte a primeira questão, sendo uma questão resolvida previamente; acerte as próximas três, que são questões inéditas; acerte, parcialmente, as próximas 2, que também são inéditas; e que erre a última questão, que é inédita.

$$prob. = \left(\frac{100}{100}\right)^1 \cdot \left(\frac{50}{100}\right)^3 \cdot \left(\frac{30}{100}\right)^2 \cdot \left(\frac{20}{100}\right)^1$$
$$prob. = 1\cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{900}{10\ 000}\right) \cdot \left(\frac{2}{10}\right) = \frac{1}{4}\cdot\frac{9}{100}\cdot\frac{1}{10}$$
$$prob. = \frac{9}{4\ 000} = 0{,}225\%$$

Dessa forma, a probabilidade de que, ao receber o resultado prova, ele tenha obtido quatro acertos completos, dois acertos parciais e um erro é igual a

$$prob\,total = 0{,}225\% \cdot 60$$
$$prob\,total = 13{,}5000\%$$

QUESTÃO 02

Gabarito: A

Para encontrar a mediana, precisamos determinar, primeiramente, o número de elementos na amostra.

Analisando o gráfico, temos que a mostra apresenta

7 + 8 + 5 + 3 + 0 + 0 + 2 = 25 elementos.

Assim, a mediana será o elemento central, ou seja, o 13° elemento. Até o 7° elemento, o valor é de 3,49. Até o 15° elemento (7+8), o valor é de 3,59. Portanto, a mediana é igual a 3,59.

QUESTÃO 03

Gabarito C

Primeiro, vamos escrever a média de altura desse time de basquete como sendo:

$$média = \frac{alt\,jog1 + ... + alt\,jog20}{20}$$
$$média = \frac{alt\,jog1 + ... + alt\,jog19 + alt\,jog\,contundido}{20}$$

Desenvolvendo a equação acima, obtemos a equação 1 (abaixo):

$$1{,}80 = \frac{alt\,jog1 + ... + alt\,jog19 + alt\,jog\,contundido}{20}$$
$$alt\,jog1 + ... + alt\,jog19 + alt\,jog\,contundido = 1{,}80\cdot 20$$
$$alt\,jog1 + ... + alt\,jog19 = 1{,}80\cdot 20 - alt\,jog\,contundido$$

Agora, vamos calcular qual seria a nova média de altura, sabendo que o novo jogador é 20 cm mais baixo que o jogador contundido, obtendo a equação 2:

$$médianova = \frac{alt.jog.1 + ... + alt.jog.19 + alt.jog.novo}{20}$$
$$médianova = \frac{alt.jog.1 + ... + alt.jog.19 + (alt.jog.cont. - 0{,}2)}{20}$$
$$alt.jog.1 + ... alt.jog.19 + (alt.jog.cont. - 0{,}2) = médianova\cdot 20$$
$$alt.jog.1 + ... alt.jog.19 = médianova\cdot 20 - (alt.jog.cont. - 0{,}2)$$

Assim, substituindo a equação 1 na equação 2, obtemos a nova média de altura.

$$1{,}80\cdot 20 - alt.jog.contundido = médianova\cdot 20 - (alt.jog.contundido - 0{,}2)$$
$$1{,}80\cdot 20 = médianova\cdot 20 - alt.jog.contundido + 0{,}2 + alt.jog.contundido$$
$$1{,}80\cdot 20 = médianova\cdot 20 + 0{,}2$$
$$médianova\cdot 20 = 1{,}80\cdot 20 - 0{,}2$$
$$médianova = \frac{1{,}80\cdot 20 - 0{,}2}{20} = 1{,}80 - 0{,}01 = 1{,}79\ m$$

QUESTÃO 04

Gabarito C

A partir das informações dadas no texto, podemos concluir que:

- Temos um número ímpar de alunos, pois o grupo que jogaria basquete tem um aluno a mais que o de futebol

Assim, como a mediana é 1,67 e temos um número ímpar de alunos, podemos concluir que todos os alunos com altura igual ou superior a mediana faria parte do grupo de alunos que jogaria basquete.

Portanto os alunos P, J, F e M jogaram, respectivamente, futebol, futebol, basquete, basquete.

QUESTÃO 05

Gabarito: C

Para o cálculo da mediana é preciso organizar os valores em ordem crescente, no caso a quantidade de alunos e, em seguida, calcular a mediana da sequência de frequências.

De acordo com a tabela, é preciso ordenar as frequências do número de picolés escolhidos pelos alunos.

- 35 alunos optaram por 0 picolés;
- 50 alunos optaram por 1 picolés;
- 60 alunos optaram por 2 picolés;
- 40 alunos optaram por 3 picolés;
- 50 alunos optaram por 4 picolés.

Total de termos: 210

(Quantidade par: mediana é realizada a média aritmética dos termos centrais).

Termos centrais: 105º e 106º (ambos 2 picolés).

Logo, a mediana é 2 (LETRA C).

QUESTÃO 06

Gabarito: E

Como podemos notar, trata-se de uma questão com dado viciados, logo precisaremos entender como funciona a probabilidade do novo dado que é fornecido pela frase:

"… a *probabilidade de ocorrência de cada face era proporcional ao número da face.*".

Ou seja, a probabilidade de virar a face 1, podemos chamar de $P(1)$ e, como a **ocorrência de cada face é proporcional ao número da face**, a face 2 terá 2 vezes mais chance que a face 1, sendo assim $P(2) = 2 \cdot P(1)$ e seguirmos essa logica

$$P(1) = P(1)$$

$$P(2) = 2 \cdot P(1)$$

$$P(3) = 3 \cdot P(1)$$

$$P(4) = 4 \cdot P(1)$$

$$P(5) = 5 \cdot P(1)$$

$$P(6) = 6 \cdot P(1)$$

Se somarmos todas a probabilidades das faces 1, 2, 3, 4, 5 e 6 dará 100%, já que não existe outro número que pode aparecer no dado

$$P(6) + P(5) + P(4) + P(3) + P(2) + P(1) = 100\%$$

Substituindo os valores

$$6P(1) + 5P(1) + 4P(1) + 3P(1) + 2P(1) + 1P(1) = 21P(1)$$

Ou seja, a probabilidade de sair a face 1 nesse dado viciado é:

$$\frac{P(1)}{21P(1)} = \frac{1}{21}$$

Como será necessário tirar 2 dados com a face 1, temos que fazer

$$\frac{1}{21} \cdot \frac{1}{21} = \frac{1}{441}$$

QUESTÃO 07

Gabarito: D

Resumindo algumas informações do enunciado:

- O rapaz nunca chega ao ponto de ônibus antes de 6h15;
- Total de dias que ele foi ao ponto de ônibus: 21;
- Moda dos horários de chegada do ônibus: 6h21;
- Mediana dos horários de chegada do ônibus: 6h22.

Se colocássemos os horários de chegada do ônibus em ordem crescente, teríamos algo assim:

$$t_1; \cdots; t_{10}; 6h\,22; t_{12}; ...; t_{21}$$

Os horários de t_1 a t_{10} podem ser qualquer horário de 6h15 à 6h22.

Suponha que 6h21 se repita duas vezes de t_1 a t_{10}. Com isso, sobram 8 valores de t para encaixarmos os horários de 6h15, 6h16, 6h17, 6h18, 6h19, 6h20 e 6h22, ou seja, temos 7 horários para encaixar em 8 espaços e, necessariamente, algum desses valores terá que repetir.

Porém, isto não pode ocorrer, pois teríamos mais de uma moda, já que outro horário se repetiria 2 vezes e não somente 6h21.

Agora, suponha que 6h21 apareça três vezes, com isso sobram 7 valores de t para encaixarmos 7 horários (6h15, 6h16, 6h17, 6h18, 6h19, 6h20 e 6h22), com isso podemos encaixar cada um desses 7 horários nos 7 espaços e não haverá repetição.

Com isso, o rapaz pode ter apanhado o ônibus antes de 6h21 em 6 dias. Com isso a probabilidade seria de $\frac{6}{21}$, mas essa não é a probabilidade máxima, pois consideramos um valor de 6h22 antes da mediana.

Se considerarmos que não tem esse horário de 6h22 no intervalo de t_1 a t_{10}, podemos substituí-lo por algum horário menor do que 6h21 e com isso teríamos 7 dias em que o rapaz apanhou o ônibus antes de 6h21 e, agora sim, a probabilidade máxima é de $\frac{7}{21}$.

E, de fato, isso é possível, pois teríamos o 6h21 aparecendo 3 vezes (o que faz com que 6h21 continue sendo a moda), algum valor abaixo dele aparecendo 2 vezes e os outros cinco valores aparecendo 1 vez cada.

QUESTÃO 08

Gabarito: B

Para acharmos a mediana, primeiro, devemos colocar todos os termos em ordem, seja ela crescente ou decrescente, e, depois, pegarmos o termo central, caso seja uma distribuição com um número ímpar de termos, ou a média entre os termos centrais, caso seja uma distribuição com um número par.

Colocando os termos em ordem crescente, temos:

$1º\ termo: 6,8\%$	$2º\ termo: 7,5\%$	$3º\ termo: 7,6\%$
$4º\ termo: 7,6\%$	$5º\ termo: 7,7\%$	$6º\ termo: 7,9\%$
$7º\ termo: 7,9\%$	$8º\ termo: 8,1\%$	$9º\ termo: 8,2\%$
$10º\ termo: 8,5\%$	$11º\ termo: 8,5\%$	$12º\ termo: 8,6\%$
$13º\ termo: 8,9\%$	$14º\ termo: 9,0\%$	

Como temos um número de termos é par (14) a mediana é dada por:

$$mediana = \frac{7º\ termo + 8º\ termo}{2}$$

$$mediana = \frac{7,9\% + 8,1\%}{2} = \frac{16\%}{2} = 8\%$$

Observação: Assim como já vimos em outros exercícios, não precisaria fazer a ordenação de todos os termos, bastaria colocarmos em ordem até o termo central e, já respondendo à questão, passaríamos para a próxima, ganhando um pouquinho de tempo.

QUESTÃO 09

Gabarito: E

Para resolvermos a questão, temos que calcular alternativa por alternativa, atentando que estamos fazendo uma conta de média ponderada entre a 4 notas para chegarmos a nota final. Assim, calculando a nota de cada candidato, obtemos:

Candidato A:

$$Cand.A = 9 \cdot 0,5 + 8 \cdot 0,3 + 8 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,1$$

$$Cand.A = 4,5 + 2,4 + 0,8 + 0,5 = 8,2$$

Candidato B:

$$Cand.B = 8 \cdot 0,5 + 8,5 \cdot 0,3 + 9,5 \cdot 0,1 + 7 \cdot 0,1$$

$$Cand.B = 4 + 2,55 + 0,95 + 0,7 = 8,2$$

Candidato C:

$$Cand.C = 8 \cdot 0,5 + 8,5 \cdot 0,3 + 8 \cdot 0,1 + 9 \cdot 0,1$$

$$Cand.C = 4 + 2,55 + 0,8 + 0,9 = 8,25$$

Candidato D:

$$Cand.D = 7 \cdot 0,5 + 10 \cdot 0,3 + 7,5 \cdot 0,1 + 8 \cdot 0,1$$

$$Cand.D = 3,5 + 3 + 0,75 + 0,8 = 8,05$$

Candidato E:

$$Cand.E = 9 \cdot 0,5 + 7,5 \cdot 0,3 + 10 \cdot 0,1 + 7 \cdot 0,1$$

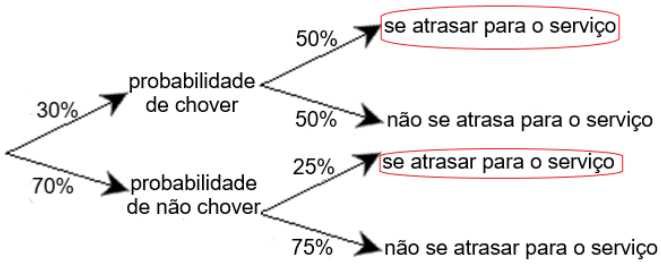
$$Cand.E = 4,5 + 2,25 + 1 + 0,7 = 8,45$$

Assim o candidato aprovado foi o candidato E.

QUESTÃO 10

Gabarito: C

Pela leitura do texto da questão, obtemos a seguinte árvore de possibilidades:



Agora, calculemos a probabilidade desse morador se atrasar para o serviço em um dia em que a probabilidade de chuva era de 30% (imagem acima).

$$probabilidade\ de\ se\ atrasar = 30\% \cdot 50\% + 70\% \cdot 25\%$$

$$probabilidade\ de\ se\ atrasar = \frac{30}{100} \cdot \frac{50}{100} + \frac{70}{100} \cdot \frac{25}{100}$$

$$probabilidade\ de\ se\ atrasar = \frac{3 \cdot 5}{100} + \frac{70}{100} \cdot \frac{1}{4}$$

$$probabilidade\ de\ se\ atrasar = \frac{15}{100} + \frac{70}{4} \cdot \frac{1}{100}$$

$$probabilidade\ de\ se\ atrasar = \frac{15}{100} + \frac{35}{2} \cdot \frac{1}{100}$$

$$probabilidade\ de\ se\ atrasar = \frac{15}{100} + 17,5 \cdot \frac{1}{100}$$

$$probabilidade\ de\ se\ atrasar = \frac{15}{100} + \frac{17,5}{100} = \frac{32,5}{100}$$

$$probabilidade\ de\ se\ atrasar = 0,325$$

Observação: A montagem da árvore de possibilidades é, apenas, uma forma de facilitar a compreensão da questão, portanto, não é obrigatória.

QUESTÃO 11

Gabarito: D

A partir das porcentagens anotadas pelos dez cooperados, vamos construir uma tabela em ordem crescente de percentuais.

1ª posição	65%
2ª posição	70%
3ª posição	75%
4ª posição	80%
5ª posição	80%
6ª posição	90%
7ª posição	90%
8ª posição	90%
9ª posição	95%
10ª posição	95%

A partir da tabela, vamos calcular a média, a moda e a mediana para os dez cooperados.

- **Mediana:** consiste no termo central de uma distribuição ordenada em ordem crescente ou decrescente e que, para o caso dos nossos dez produtores associados, é a média entre os termos na 5ª e na 6ª posições, já que não temos um termo central nessa distribuição, que equivale a 85%, como no cálculo abaixo.

$$\text{mediana} = \frac{5^{\text{o}}\,\text{termo} + 6^{\text{o}}\,\text{termo}}{2}$$

$$\text{mediana} = \frac{80\% + 90\%}{2} = 85\%$$

- **Moda:** é o termo que mais se repete e, como podemos ver na tabela, corresponde a 90% (posições 6, 7 e 8).

- **Média:**

$$\text{média} = \frac{65\% + 70\% + ... + 95\% + 95\%}{10}$$

$$\text{média} = \frac{830\%}{10} = 83\%$$

Assim, a frase a ser colocada no documento é **a frase IV**, tendo em vista que o índice de geminação anunciado pela empresa é de 90%.

QUESTÃO 12

Gabarito A

Para resolvermos essa questão, temos que calcular a média, alternativa por alternativa.

- Tipo 1:

$$\textit{média tipo}\,1 = \frac{84 + 84 + 79}{3}$$

$$\textit{média tipo}\,1 = \frac{247}{3} = 82{,}333$$

- Tipo 2:

$$\textit{média tipo}\,2 = \frac{85 + 82 + 79}{3}$$

$$\textit{média tipo}\,2 = \frac{246}{3} = 82$$

- Tipo 3:

$$\textit{média tipo}\,3 = \frac{86 + 80 + 77}{3}$$

$$\textit{média tipo}\,3 = \frac{243}{3} = 81$$

- Tipo 4:

$$\textit{média tipo}\,4 = \frac{82 + 82 + 80}{3}$$

$$\textit{média tipo}\,4 = \frac{244}{3} = 81{,}333$$

- Tipo 5:

$$\textit{média tipo}\,5 = \frac{85 + 85 + 76}{3}$$

$$\textit{média tipo}\,5 = \frac{246}{3} = 82$$

Assim, temos que a maior média é a da semente de feijão do tipo 1, sendo essa a adquirida pelo agricultor.

Observação: Percebam que não precisamos calcular, efetivamente, o valor de todas as médias. Bastava vermos qual era a maior soma para cada tipo, já que a soma será dividida por 3 em todas as contas, para, assim, obtermos, efetivamente, a maior média.

QUESTÃO 13

Gabarito: E

Essa questão é um exemplo perfeito para usarmos a probabilidade binomial. Dessa forma, definimos como sucesso "Mariane realizar um ponto" e buscamos que esse cenário ocorra 4 vezes. Enquanto isso, a chance de o namorado ganhar é de 60%, mas esse cenário ocorrerá apenas uma vez. Com isso tudo, ainda precisamos considerar as permutações, que seria uma permutação com repetição de quatro cenários repetidos (as quatro vitórias de Mariane) em um total de cinco, que fica assim:

$$(0{,}4)^4\,(0{,}6)\cdot\frac{5!}{4!} = (0{,}16)^2\cdot 3 = 0{,}0256\cdot 3 = 0{,}0768$$

QUESTÃO 14

Gabarito: B

Como basta um dos números corresponder à respectiva carta, a vitória é dada pela união dos eventos de acerto (acertar o 1º **ou** o 2º). Sendo assim, a probabilidade de vitória é

$$P(1º \cup 2º) = P(1º) + P(2º) - P(1º \cap 2º).$$

E como os eventos são independentes, a probabilidade da intersecção é o produto das probabilidades de cada evento, logo:

$$P(1º \cup 2º) = P(1º) + P(2º) - P(1º)P(2º).$$

Sendo assim, podemos calcular a probabilidade de vitória em cada estratégia.

Estratégia I:

A probabilidade de acerto no 1º lançamento é de 4 em 12, pois há 3 números divisíveis por 3 no dado de 12 lados (3, 6, 9 e 12). E a probabilidade de acerto no 2º lançamento é de 6 em 20 (10, 12, 14, 16, 18 ou 20). Assim, a probabilidade de vitória nesta estratégia é:

$$P_I = \frac{4}{12} + \frac{6}{20} - \frac{4}{12} \cdot \frac{6}{20}$$

$$P_I = \frac{1}{3} + \frac{3}{10} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10} = \frac{10+9-3}{30} = \frac{16}{30}$$

Estratégia II:

A probabilidade de acerto no 1º lançamento é a mesma da estratégia anterior, 4 em 12. E a probabilidade de acerto no 2º lançamento é também de 7 em 20 (5, 6, 10, 12, 15, 18 ou 20). Assim, a probabilidade de vitória nesta estratégia é:

$$P_{II} = \frac{4}{12} + \frac{7}{20} - \frac{4}{12} \cdot \frac{7}{20}$$

$$P_{II} = \frac{1}{3} + \frac{7}{20} - \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{20} = \frac{20+21-7}{60} = \frac{34}{60} = \frac{17}{30} > P_I$$

Estratégia III:

A probabilidade de acerto no 1º lançamento é de 2 em 12 (apenas 10 ou 12). E a probabilidade de acerto no 2º lançamento é de 6 em 20 (3, 6, 9, 12, 15 ou 18). Comparando com a estratégia I, vemos que a probabilidade do 1º acerto nesta estratégia é menor e a probabilidade do 2º acerto é a mesma, sendo a probabilidade de vitória no geral será menor. Assim, já podemos descartar essa alternativa

Estratégia IV:

A probabilidade de acerto no 1º lançamento é de 4 em 12 (5, 6, 10 ou 12). E a probabilidade de acerto no 2º lançamento é de 6 em 20 (3, 6, 9, 12, 15 ou 18). Isto coincide com as probabilidades da estratégia I, sendo assim, podemos também descartar essa alternativa, já que já sabemos que a II é melhor.

Estratégia V:

A probabilidade de acerto no 1º lançamento é de 4 em 12 (5, 6, 10 ou 12). E a probabilidade de acerto no 2º lançamento é de 6 em 20 (10, 12, 14, 16, 18 ou 20). Novamente, temos as mesmas probabilidades calculadas na estratégia I.

Sendo assim, a melhor estratégia é a II.

QUESTÃO 15

Gabarito: D

A escolinha de futebol lançou um desafio em que os alunos ganhavam uma cota por dia de treino frequentado ao longo de um total de 30 dias. Isso significa que a quantidade de cotas acumuladas por cada aluno depende diretamente de sua frequência aos treinos. O sorteio será feito entre todas as cotas, então, para encontrar a probabilidade de Pedro ser o vencedor, é preciso calcular quantas cotas ele possui e quantas foram distribuídas no total.

Pedro faltou 2 dias, ou seja, treinou em 28 dias e, por isso, acumulou 28 cotas.

Agora, vamos calcular o total de cotas distribuídas entre todos os alunos participantes:

- 8 alunos treinaram todos os 30 dias, acumulando: $8 \cdot 30 = 240$;
- 5 alunos faltaram 2 dias, ou seja, treinaram 28 dias, acumulando: $5 \cdot 28 = 140$; e
- 7 alunos faltaram 5 dias, ou seja, treinaram 25 dias, acumulando: $7 \cdot 25 = 175$.

Somando todas as cotas: $240 + 140 + 175 = 555$ cotas.

Como Pedro está no grupo dos que faltaram 2 dias, ele é um dos 5 alunos que acumularam 28 cotas, assim, a probabilidade de ele ganhar o sorteio é $\frac{28}{555}$.