QUESTÃO 01

Gabarito: A

Nesta questão, devemos encontrar o menor valor a ser pago por cada pessoa em distintos estacionamentos:

Como a 1° pessoa vai ficar 1 hora e 50 minutos, temos que

$$X:\ 4+2{,}5\cdot\frac{5}{6}=4+\frac{7{,}5}{6}=4+1{,}25=5{,}25$$

$$Y:\ 3{,}7+\frac{5}{6}\cdot 3{,}7=3{,}7+\frac{5}{6}\cdot\frac{36}{10}=3{,}7+\frac{6}{2}=6{,}7$$

$$Z:\ 5+\frac{5}{6}\cdot 2=5+\frac{5}{3}=6,\overline{6}$$

Portanto, a 1° pessoa deverá escolher o estacionamento X, previsto apenas na alternativa A.

QUESTÃO 02

Gabarito: B

Local de pouso (6, 0):

$$0=36a+6b$$
$$0=6a+b$$
$$b=-6a$$

Ponto de separação (2, 80):

$$80=4a+2b$$
$$40=2a+b$$

Utilizando b = -6a:

$$40=2a-6a$$
$$a=-10$$
$$b=60$$

Como a distância percorrida horizontalmente foi 6 Km, o apogeu (altura máxima) é atingido em X = 3 Km

Altura máxima da cápsula (3, y):

$$y=-10\cdot 9+60\cdot 3$$
$$y=-90+180$$
$$y=90\ \text{Km}$$

QUESTÃO 03

Gabarito: E

Usando a expressão que a questão nos deu,

$$M(t)=A\cdot(2{,}7)^{k\cdot t},$$

e sabendo que a massa será reduzida a 10% da original, logo M será igual a 10% de A, vamos encontrar o tempo correspondente.

$$10\%\cdot A=A\cdot(2{,}7)^{k\cdot t}\rightarrow\frac{1}{10}=(2{,}7)^{k\cdot t}$$

Assim, chegamos a um problema, já que temos apenas uma equação, mas duas incógnitas. Para resolvermos isso, vamos usar o que nós já sabemos, ou seja, que a meia-vida do Césio é 30 anos, e, então, substituir na equação:

$$\frac{A}{2}=A\cdot(2{,}7)^{k\cdot 30}\rightarrow\frac{1}{2}=(2{,}7)^{k\cdot 30}$$

$$\left(2{,}7^{k}\right)^{30}=\frac{1}{2}\rightarrow 2{,}7^{k}=\sqrt[30]{\frac{1}{2}}$$

Enfim, podemos substituir esse valor para $2{,}7^k$ na primeira equação:

$$\frac{1}{10}=2{,}7^{k\cdot t}\rightarrow\frac{1}{10}=\left(\sqrt[30]{\frac{1}{2}}\right)^{t}$$

Agora, faremos umas continhas com log, mas a questão já tá praticamente terminada.

$$\frac{1}{10}=\left(\sqrt[30]{\frac{1}{2}}\right)^{t}\rightarrow\log\frac{1}{10}=\log\left(\sqrt[30]{\frac{1}{2}}\right)^{t}$$

$$\log 1-\log 10=\frac{t}{30}\cdot\log\frac{1}{2}=\frac{t}{30}\cdot(\log 1-\log 2)$$

$$0-1=\frac{t}{30}\cdot(0-0{,}3)\rightarrow -30=t\cdot(-0{,}3)$$

$$t=\frac{30}{0{,}3}\rightarrow t=100$$

Por fim, ficamos com a **Letra E.**

E se eu te falar que tem como resolver essa questão em 20 segundos, sem usar nada de logaritmo?

É só pensar o seguinte: se a meia vida da substância é 30 anos, logo, a cada 30 anos sua quantidade cai pela metade, ou seja, depois de 30 anos, a quantidade encontrada será 50%, depois de 60 anos, será 25%, depois de 90 anos, será 12,5%. Portanto, necessariamente, nossa resposta precisa ser um número maior que 90, para que ainda mais da substância seja degradada e alcance a marca de 10%, e a única alternativa que se encaixa é a **Letra E.**

QUESTÃO 04

Gabarito: B

Como a piscina tem o centro O, ou seja, (20, 10), segue que o lado esquerdo da equação deve ser $(x-20)^2+(y-10)^2$.

Agora, quanto ao lado direito, depende do raio. Como a circunferência não deve encostar nas paredes, o raio deve ser menor que a distância de O às paredes, que é 10, tanto para a parede abaixo de O como para as da esquerda e da direita. Assim, o lado direito da equação, que vale o raio elevado ao quadrado, deve ser menor que $10^2=100$.

A alternativa que cumpre os dois requisitos é a alternativa B, $(x-20)^2+(y-10)^2<100$.

QUESTÃO 05

Gabarito: B

O formato da inequação sugere que a região é um círculo. Para determinar seu raio e centro, precisamos transformar da forma geral para a forma reduzida, utilizando a técnica de completar quadrados.

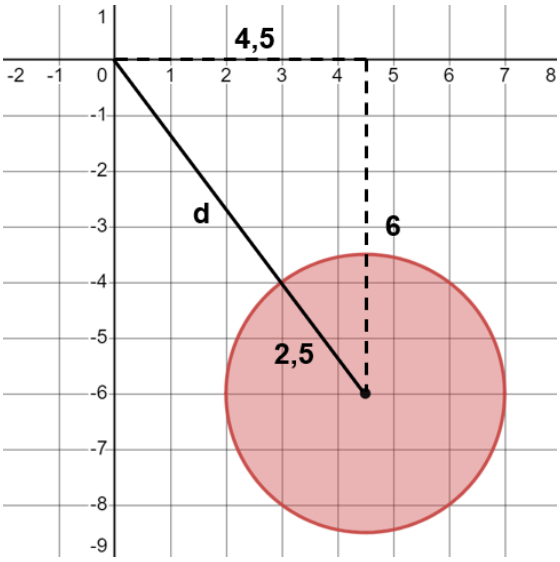
O termo linear em x é $-9x$, que pode ser reescrito como $-2\cdot x\cdot 4{,}5$. Assim, vamos somar $4{,}5^2$ aos dois membros para poder fatorar o binômio em x:

$$x^2-2\cdot x\cdot 4{,}5+4{,}5^2+y^2+12y+50\le 4{,}5^2$$
$$(x-4{,}5)^2+y^2+12y+50\le 20{,}25$$

Vamos, agora, repetir o procedimento para a variável y. Note que o termo linear é $12y=2\cdot y\cdot 6$. Assim:

$$(x-4{,}5)^2+y^2+2\cdot y\cdot 6+6^2+50\le 20{,}25+6^2$$
$$(x-4{,}5)^2+(y+6)^2+50\le 20{,}25+36$$
$$(x-4{,}5)^2+(y+6)^2\le 56{,}25-50$$
$$(x-4{,}5)^2+(y+6)^2\le 6{,}25$$
$$(x-4{,}5)^2+(y+6)^2\le 2{,}5^2$$

Assim, o cavalo está confinado ao círculo de centro em (4,5; 6) e raio 2,5.



A distância mínima é aquela que une a origem ao centro da circunferência. Observe que o triângulo retângulo formado segue a proporção 3:4:5, multiplicada pelo fator 1,5. Assim, a hipotenusa vale $1{,}5\cdot 5=7{,}5$ km, portanto: $d+2{,}5=7{,}5\Leftrightarrow d=5$ km.

QUESTÃO 06

Gabarito: B

Temos que calcular dois momentos: quando o café está a 70º C e quando estará a 50º C.

Primeiramente, quando o café estava a $70^{o}C$, $30+80\cdot 4^{\frac{-t}{20}}=70$, $80\cdot 4^{\frac{-t}{20}}=40$, $4^{\frac{-t}{20}}=\frac{1}{2}$, $4^{\frac{-t}{20}}=4^{\frac{-1}{2}}$, $\frac{-t}{20}=\frac{-1}{2}$ e $t=10$.

Alternativamente, após $4^{\frac{-t}{20}}=\frac{1}{2}$, pode-se fazer $4^{\frac{-t}{20}}=\left(2^2\right)^{\frac{-t}{20}}=2^{\frac{-2t}{20}}=2^{\frac{-t}{10}}$, de modo que $2^{-1}=2^{\frac{-t}{10}}$, chegando ao mesmo resultado.

Analogamente, quando a temperatura atinge 50, $30+80\cdot 4^{\frac{-t}{20}}=50$, $80\cdot 4^{\frac{-t}{20}}=20$, $4^{\frac{-t}{20}}=\frac{1}{4}$, $4^{\frac{-t}{20}}=4^{-1}$, $\frac{-t}{20}=-1$ e $t=20$.

Assim, ele pegou o café 10 minutos após o preparo e deve servi-lo após 20. Ou seja, faltam 10 minutos, alternativa B.

QUESTÃO 07

Gabarito: A

Para resolvermos essa questão, primeiro, vamos analisar, separadamente, quanto custa para que cada pessoa seja alcançada, de acordo com o meio de anúncio.

- Anúncio Rádio:

$$\text{custo por pessoa rádio}=\frac{\text{custo rádio}}{\text{n° pessoas alcançadas}}$$
$$\text{custo por pessoa rádio}=\frac{120}{1\,500}=\frac{3\cdot 4}{3\cdot 5\cdot 10}=\frac{4}{50}$$

- Anúncio panfletos

$$\text{custo por pessoa panfleto}=\frac{\text{custo panfleto}}{\text{n° pessoas alcançadas}}$$
$$\text{custo por pessoa panfleto}=\frac{180}{1\,000}=\frac{2\cdot 9}{2\cdot 5\cdot 10}=\frac{9}{50}$$

Assim, temos que o número total de pessoas atingidas para um valor X, gasto com anúncios em rádio, e Y, gasto em anúncios com panfletos, é de:

$$n^o\,\text{pessoas alcançadas} = \frac{1}{\text{custo por pessoa rádio}} \cdot X + \frac{1}{\text{custo por pessoa panfleto}} \cdot Y$$

$$n^o\,\text{pessoas alcançadas} = \frac{1}{\frac{4}{50}} \cdot X + \frac{1}{\frac{50}{9}} \cdot Y$$

$$n^o\,\text{pessoas alcançadas} = \frac{50}{4} \cdot X + \frac{50}{9} \cdot Y$$

QUESTÃO 08

Gabarito: B

Para resolvermos essa questão, temos que observar o gráfico e percebermos em qual instante temos uma curva crescente, que pode ser percebido entre os anos de 1950 e 2040, como em destaque na imagem abaixo.



Isso ocorre, porque, a partir de 2040, a população começa a decrescer se observarmos o gráfico.

QUESTÃO 09

Gabarito: B

O atleta ataca a subida em trechos que têm duas condições: elevação crescente e ritmo decrescente. Os únicos trechos em que isso ocorre é entre 00:16 e 00:17 e entre 00:23 e 00:24, ou seja, por 2 minutos.

QUESTÃO 10

Gabarito: C

A ponte parte de, e termina em, y = 0 (raízes da parábola) e a altura que o veículo precisa subir corresponde à ordenada do vértice, portanto:

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

Em que: $a = -\frac{1}{100}$, $b = \frac{1}{25}$ e $c = 0$.

Assim, temos:

$$y_V = -\frac{\left(\frac{1}{25}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{100}\right) \cdot 0}{4 \cdot \left(-\frac{1}{100}\right)} = \frac{\left(\frac{1}{25}\right)^2}{\frac{1}{25}} = \frac{1}{25}$$

$$y_V = 0{,}04\ \text{km} = 40\ \text{m}$$

QUESTÃO 11

Gabarito: E

Inicialmente, temos que observar a variação entre os meses para ambos os componentes do casal:

	Linha Cinza	Linha Laranja
Jan-Fev	1,5	1,0
Fev-Mar	0,5	1,5
Mar-Abr	2,0	1,0
Abr-Mai	0,5	1,5
Maio-Jun	1,0	2,5

Assim, a maior variação da linha cinza foi de 2,0 kg e da linha laranja foi de 2,5 kg. Portanto, o peso do casal foi de 58,5 kg $(60{,}5 - 2{,}0)$ e 69 kg $(66{,}5 + 2{,}5)$.

Logo, a diferença entre os pesos foi de 10,5 kg $(69{,}0 - 58{,}5)$.

QUESTÃO 12

Gabarito: E

Para uma faixa de 36 ºC a 37,5 ºC, o jovem da questão tem a taxa basal constante e igual a 70 batimentos por minuto.

Para a segunda faixa, a partir de 37,5 ºC, tem-se o número de batimentos subindo 10 unidades a cada grau aumentado, ou seja, um comportamento regido pela expressão $70 + 10 \cdot (t - 37{,}5)$ que, quando desenvolvida, se torna $-305 + 10t$.

Assim, temos as duas sentenças para as duas faixas de temperatura: $B(t) = \begin{cases} 70, \text{ se } 36 \le t < 37{,}5 \\ -305 + 10t, \text{ se } t \ge 37{,}5 \end{cases}$.

QUESTÃO 13

Gabarito: D

Nesta família, há $X+2$ integrantes. O primeiro ingresso custará R$ 30,00 e os $X+1$ demais, R$ 15,00. Sendo assim, o custo total será:

$$C(X) = 30 + 15 \cdot (X+1)$$
$$C(X) = 45 + 15X$$

QUESTÃO 14

Gabarito: B

Como a quantidade de balas no saco se mantém sempre constante, independentemente da quantidade de alunos presentes, podemos igualar a quantidade de balas total para cada distribuição.

$$4x + 6 = 6(x-3) + 2$$
$$4x + 6 = 6x - 18 + 2$$
$$4x - 6x = -18 + 2 - 6$$
$$-2x = -22 \rightarrow x = \frac{-22}{-2} = 11$$

QUESTÃO 15

Gabarito: A

Ora, queremos que o montante seja igual a 50% de 400 000, ou seja, igual a 200 000, logo:

$$200\,000 = \frac{500 \cdot \left(1{,}02^{n+1} - 1\right)}{0{,}02}$$
$$4\,000 = 500 \cdot \left(1{,}02^{n+1} - 1\right)$$
$$8 = 1{,}02^{n+1} - 1$$
$$1{,}02^{n+1} = 9$$

Para resolver essa equação, precisamos aplicar o logaritmo aos dois membros e, a seguir, utilizar suas propriedades.

$$\log 1{,}02^{n+1} = \log 9$$
$$(n+1)\log\left(\frac{102}{100}\right) = \log\left(3^2\right)$$
$$(n+1)\left(\log(2 \cdot 3 \cdot 17) - \log 100\right) = 2\log 3$$
$$(n+1)\left(\log 2 + \log 3 + \log 17 - 2\right) = 2 \cdot 0{,}48$$
$$(n+1)\left(0{,}3 + 0{,}48 + 1{,}23 - 2\right) = 0{,}96$$
$$(n+1) \cdot 0{,}01 = 0{,}96$$
$$n = 95$$