COMPETÊNCIA 5: Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

Habilidade 19: Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.

Habilidade 20: Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

Habilidade 21: Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

Habilidade 22: Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

Habilidade 23: Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

QUESTÃO 01

Para um evento que acontecerá no centro de uma cidade, há a opção de três estacionamentos, que cobram da seguinte maneira:

Estacionamento X	Estacionamento Y	Estacionamento Z
R$ 4,00 pela 1ª hora ou fração de hora	R$ 3,70 por hora ou fração de hora	R$ 5,00 pela 1ª hora ou fração de hora
R$ 2,50 por cada hora subsequente ou fração de hora		R$ 2,00 por cada hora subsequente ou fração de hora

Duas pessoas que participarão do evento precisam estacionar seus carros, uma delas pelo período de 1 hora e 50 minutos e a outra pelo período de 4 horas, pretendendo cada uma pagar o menor preço total pelo uso do estacionamento.

Essas pessoas deverão optar, respectivamente, pelos estacionamentos

A) X e Z.

B) Y e Y.

C) Y e Z.

D) Z e X.

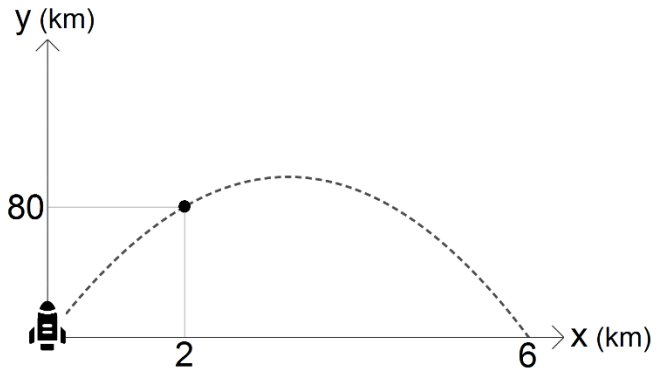
E) Z e Z.

QUESTÃO 02

No ano de 2022, a empresa estadunidense de exploração espacial *Blue Origin* concretizou o lançamento da nave espacial *New Shepard*, transportando seis passageiros em um voo de duração de, aproximadamente, 10 minutos. A espaçonave é composta por duas seções distintas: uma cápsula, destinada ao transporte dos ocupantes, e um foguete reutilizável, no qual a cápsula é acoplada.

O sistema completo é impulsionado em uma trajetória em formato de parábola, representada em um plano cartesiano xOy, em que a reta das abscissas representa o nível do solo e a reta das ordenadas representa um eixo perpendicular ao solo, com ambos os eixos sendo marcados em km.

Ao percorrer uma distância horizontal de 2 km e vertical de 80 km em relação à base de lançamento, as duas seções da espaçonave são separadas e a cápsula continua a elevar sua altitude, na mesma trajetória inicial. Ao final de todo o percurso, a cápsula aterrissa a uma distância horizontal de 6 km em relação à base de lançamento. A trajetória da espaçonave é representada pela linha tracejada da figura a seguir.



Considere que a espaçonave tenha sido lançada da origem e que suas dimensões podem ser consideradas desprezíveis em relação às distâncias percorridas.

Nessas condições, a altura máxima atingida pela cápsula, em km, é igual a

A) 60.

B) 90.

C) 120.

D) 150.

E) 180.

QUESTÃO 03

Em setembro de 1987, Goiânia foi palco do maior acidente radioativo ocorrido no Brasil, quando uma amostra de césio-137, removida de um aparelho de radioterapia abandonado, foi manipulada inadvertidamente por parte da população. A meia-vida de um material radioativo é o tempo necessário para que a massa desse material se reduza à metade. A meia-vida do césio-137 é 30 anos e a quantidade restante de massa de um material radioativo, após t anos, é calculada pela expressão $M=(t)=A\cdot(2{,}7)^{k\cdot t}$, onde A é a massa inicial e k é uma constante negativa.

Considere 0,3 como aproximação para $\log_{10} 2$.

Qual o tempo necessário, em anos, para que uma quantidade de massa do césio-137 se reduza a 10% da quantidade inicial?

A 27

B 36

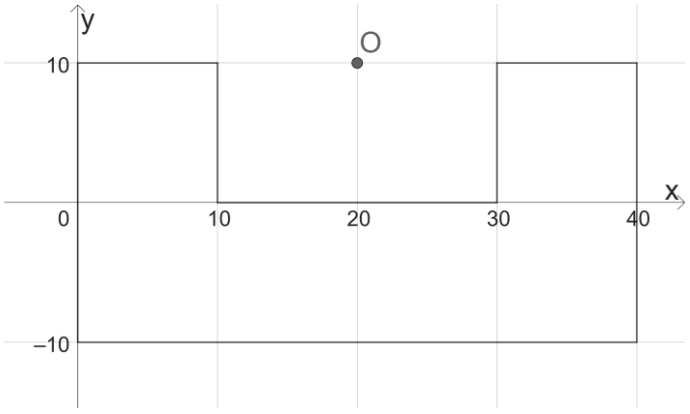
C 50

D 54

E 100

QUESTÃO 04

Rafael decidiu construir uma piscina em formato circular em seu quintal. Para isso, modelou a planta de sua casa em um plano cartesiano xOy, representado a seguir, com unidades em metros, a fim de decidir onde poderia colocar a piscina. As paredes da casa são representadas pelos segmentos em cinza escuro.



Elaborada a planta, Rafael decidiu que o centro da piscina deveria corresponder ao ponto O do plano cartesiano. Além disso, ficou decidido que as bordas da piscina não deveriam encostar nas paredes da casa.

Qual das seguintes equações descreve, nesse plano cartesiano, todas as possíveis piscinas que cumpram as condições de Rafael?

A $(x-20)^2+(y-10)^2<25$

B $(x-20)^2+(y-10)^2<100$

C $(x+20)^2+(y+10)^2<5$

D $(x+20)^2+(y+10)^2<25$

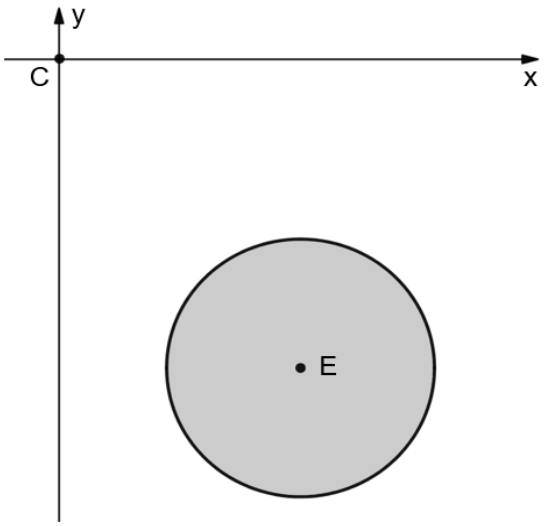
E $(x+20)^2+(y+10)^2<100$

QUESTÃO 05

Um fazendeiro mapeou seu terreno com um plano cartesiano xOy, em que sua casa (C) se encontra na origem deste sistema e a unidade de comprimento é o quilômetro.

Nesta fazenda, há um cavalo preso por uma corda a uma estaca (E) fincada ao solo, de modo que o animal permaneça na região do plano destacada em cinza na figura abaixo, determinada pela seguinte inequação:

$$x^2+y^2-9x+12y+50\leq 0$$



A menor distância possível entre o cavalo e a casa do fazendeiro, em quilômetro, é igual a

A 4,5.

B 5,0.

C 6,0.

D 7,1.

E 7,5.

QUESTÃO 06

Em um restaurante, o café é preparado a uma temperatura de $110^{o}C$. No entanto, se o servisse a essa mesma temperatura, os clientes iriam se queimar. Desse modo, garantindo a segurança e o melhor aproveitamento dos clientes, o restaurante padronizou que o café deve ser servido a uma temperatura de $50^{o}C$.

Nesse padrão, após o preparo, o café passa um tempo esfriando, de modo que sua temperatura pode ser modelada pela expressão $T = 30 + 80 \cdot 4^{\frac{-t}{20}}$, sendo T a temperatura, em ^{o}C, e t o tempo, em minutos, decorrido a partir do preparo.

Em certo momento, um atendente pegou uma xícara de café preparado, achando que estava pronta para ser servida, mas ainda estava muito quente. Mediu a temperatura do café e verificou que o líquido se encontrava a uma temperatura de $70^{o}C$.

Para que o café seja servido na temperatura adequada ao padrão do restaurante, o atendente deve esperar, a partir da medição da temperatura,

A 5 minutos.

B 10 minutos.

C 15 minutos.

D 20 minutos.

E 30 minutos.

QUESTÃO 07

Uma empresa deseja iniciar uma campanha publicitária divulgando uma promoção para seus possíveis consumidores. Para esse tipo de campanha, os meios mais viáveis são a distribuição de panfletos na rua e anúncios na rádio local. Considera-se que a população alcançada pela distribuição de panfletos seja igual à quantidade de ouvintes desse anúncio. O custo de cada anúncio na rádio é de R$ 120,00, e a estimativa é de que seja ouvido por 1 500 pessoas. Já a produção e a distribuição dos panfletos custam R$ 180,00 cada 1 000 unidades. Considerando que cada pessoa será alcançada por um único desses meios de divulgação, a empresa pretende investir em ambas as mídias.

Considere X e Y os valores (em real) gastos em anúncios na rádio e com panfletos, respectivamente.

O número de pessoas alcançadas pela campanha será dado pela expressão

A $\frac{50X}{4} + \frac{50Y}{9}$.

B $\frac{50X}{9} + \frac{50Y}{4}$.

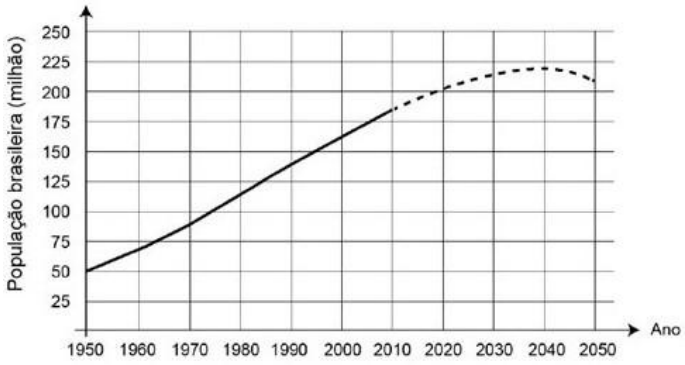
C $\frac{4X}{50} + \frac{4Y}{50}$.

D $\frac{50}{4X} + \frac{50}{9Y}$.

E $\frac{50}{9X} + \frac{50Y}{4Y}$.

QUESTÃO 08

Prever a dinâmica populacional de um país é de extrema importância, pois com esse conhecimento as políticas públicas em saúde, educação, habitação e infraestrutura poderão ser executadas sem atraso e de forma eficiente. A linha cheia no gráfico mostra a evolução da população brasileira desde 1950 até 2010, e a extrapolação (previsão) até o ano 2050, representada pela linha tracejada, foi feita com base nos censos demográficos realizados até 2010.



Fonte: IBGE. **Projeção da população do Brasil**, 2010.

Pelo gráfico apresentado, o intervalo em que se observa aumento da população é

A 1950 a 2010.

B 1950 a 2040.

C 1950 a 2050.

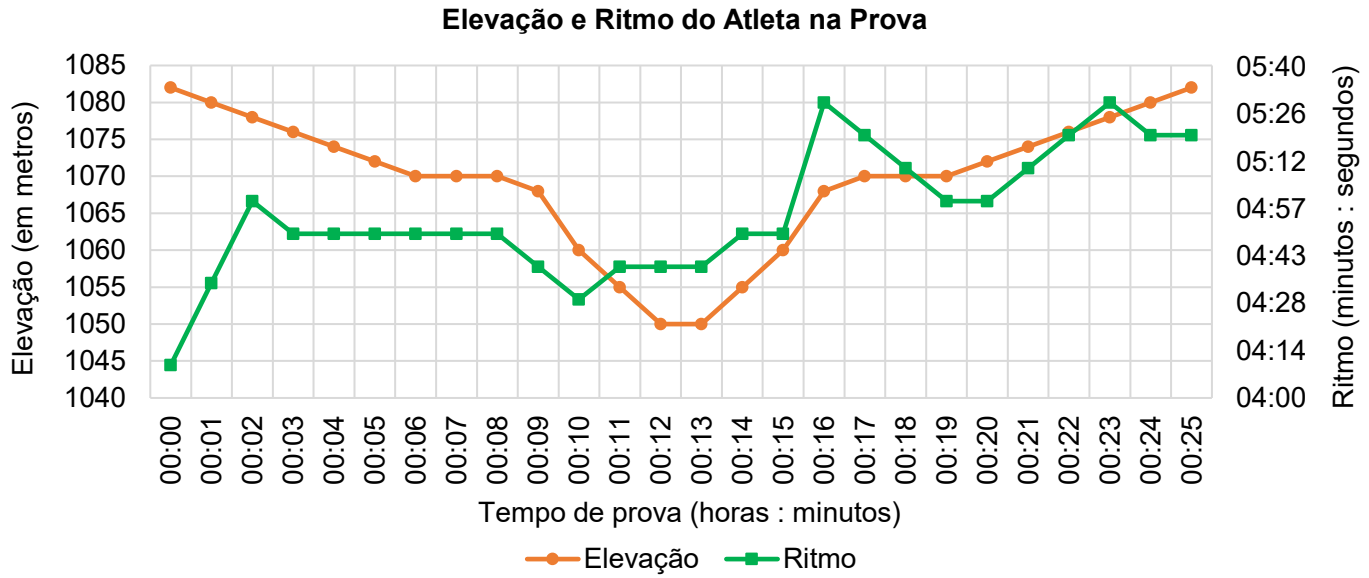
D 2010 a 2040.

E 2040 a 2050.

QUESTÃO 09

Dois indicadores muito analisados em corridas de rua são a elevação e o ritmo. A elevação representa a altitude instantânea do atleta em relação ao nível do mar. Trechos com elevação crescente representam subidas, enquanto trechos com elevação decrescente representam descidas. Já o ritmo representa a relação inversa da velocidade, isto é, corresponde ao tempo que o atleta levaria para percorrer uma distância fixa de 1 km. Assim, valores menores de ritmo representam trechos de maior velocidade, enquanto ritmos maiores representam momentos com menor velocidade. Nesse contexto, diz-se que o atleta "ataca a subida" quando aumenta sua velocidade em um trecho de subida.

O gráfico a seguir representa o desempenho de elevação e o de ritmo de um atleta em uma prova de 5 km, que foi completada em 25 minutos, conforme apresentado no eixo horizontal do gráfico.



Por quantos minutos o atleta "atacou a subida" na prova representada no gráfico?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 5
E) 7

QUESTÃO 10

Para a construção de uma ponte que interliga duas cidades separadas por um rio, o engenheiro responsável pelo projeto elaborou um esboço de ponte em formato de arco de parábola, segundo a equação $y = -\frac{x^2}{100} + \frac{x}{25}$, em que x e y são dados em quilômetros. Nesse esquema, a ponte corresponde ao arco de ordenadas positivas, com extremos nas raízes da equação enunciada, e o nível do rio ao eixo das abscissas do plano cartesiano xOy.

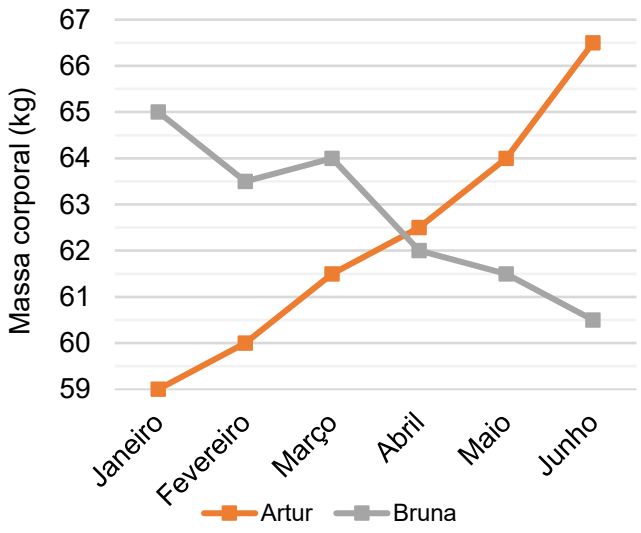
A altura máxima que essa ponte atinge, em metros, em relação ao nível do rio, é igual a

A) 2.
B) 25.
C) 40.
D) 2 000.
E) 4 000.

QUESTÃO 11

O casal Artur e Bruna entrou em um desafio de um aplicativo chamado Gym Elfs, que incentiva a assiduidade nas atividades físicas, tendo em vista os benefícios que ela traz à saúde a longo prazo. Cada um deles tinha um objetivo distinto: o de Artur era ganhar massa muscular, enquanto o de Bruna era perder massa adiposa.

O gráfico a seguir ilustra a progressão da massa corporal de cada um deles, em quilogramas, nos seis primeiros meses do desafio, sendo a progressão de Bruna representada pela linha cinza e a de Artur, pela linha laranja.



Sabe-se que, de junho para julho, Artur continuou ganhando massa muscular e Bruna continuou perdendo massa adiposa, e que os ganhos e as perdas se deram exclusivamente nesses tipos de massa. Além disso, sabe-se que a variação absoluta de massa de cada um dos dois indivíduos de junho a julho foi igual a máxima variação mensal encontrada no período de janeiro a junho.

A diferença de peso observada entre eles, em quilogramas, no mês de julho foi igual a

A) 8,5.
B) 9,0.
C) 9,5.
D) 10,0.
E) 10,5.

QUESTÃO 12

Um fenômeno que ocorre com o organismo humano quando há febre é o aumento da taxa de batimentos cardíacos por minuto, cujo comportamento ocorre da seguinte maneira:

- Para uma faixa normal de temperatura, de 36,0 ºC a 37,5 ºC, a taxa basal de batimentos cardíacos por minuto – em repouso – é de 50 a 90 batimentos, que varia em cada organismo;
- A partir de 37,5 ºC, cada grau adicional de temperatura eleva em 10 unidades a taxa basal de batimentos cardíacos por minuto.

Considere que um jovem tem taxa basal de batimentos cardíacos por minuto igual a 70 batimentos para a faixa de 36 ºC a 37,5 ºC. Represente por t a temperatura corporal do jovem, em ºC, e por B(t) a taxa basal de batimentos cardíacos por minuto.

Qual expressão algébrica melhor descreve B(t) em função de t para este jovem?

A) $B(t) = 70 + 10t$
B) $B(t) = 70 + 10 \cdot (t - 37{,}5)$
C) $B(t) = \begin{cases} 70, \text{ se } 36 \le t < 37{,}5 \\ 70 + 10t, \text{ se } t \ge 37{,}5 \end{cases}$
D) $B(t) = \begin{cases} 70, \text{ se } 36 \le t < 37{,}5 \\ -375 + 10t, \text{ se } t \ge 37{,}5 \end{cases}$
E) $B(t) = \begin{cases} 70, \text{ se } 36 \le t < 37{,}5 \\ -305 + 10t, \text{ se } t \ge 37{,}5 \end{cases}$

QUESTÃO 13

Interessado em incentivar a ida de famílias ao lançamento de um filme, um cinema realiza a seguinte promoção, válida para compras em uma mesma sessão:

- O primeiro ingresso adquirido pela família custaria R$ 30,00;
- A partir do segundo ingresso adquirido pela família, cada ingresso adicional custaria R$ 15,00.

Para que uma família, composta por um casal que possui X filhos, possa comparecer integralmente a uma mesma sessão no lançamento do filme, qual expressão representa o custo total C(X) da compra de ingressos?

A $C(X) = 15 + 30X$

B $C(X) = 15 + 15X$

C $C(X) = 30 + 15X$

D $C(X) = 45 + 15X$

E $C(X) = 60 + 15X$

QUESTÃO 14

A professora Bárbara comprou um saco de balas para dividir entre seus alunos no último dia de aula. Para evitar brigas, ela decidiu distribuir um número igual de balas para todos os alunos. Comprou, então, um saco com quantidade suficiente para dar quatro balas a cada um de seus alunos matriculados, restando ainda seis balas.

No entanto, quando ela chegou para a aula e fez a chamada, percebeu que três alunos haviam faltado. Com isso, ela recalculou a quantidade a ser distribuída e pôde dar seis balas a cada aluno presente, de tal forma que sobraram duas balas.

A quantidade de alunos matriculados na turma da professora Bárbara é igual a

A 8.

B 11.

C 17.

D 20.

E 32.

QUESTÃO 15

Um casal deseja adquirir um imóvel avaliado em R$ 400 000,00, desde que seja capaz de pagar, à vista, uma entrada equivalente a 50% do valor total do imóvel.

Por não dispor de tais recursos no momento, o casal estabelece um planejamento financeiro que envolve aportes fixos e mensais, cujo resgate será realizado após n meses e integralmente utilizado no pagamento da entrada do imóvel. Sabe-se, ainda, que o valor resgatado pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\frac{500 \cdot \left(1{,}02^{n+1} - 1\right)}{0{,}02}$$

Considere que o casal siga com o planejamento de aporte mensal dos recursos, que o valor do imóvel permaneça constante ao longo do tempo e utilize $\log 2 = 0{,}30$, $\log 3 = 0{,}48$ e $\log 17 = 1{,}23$.

O número mínimo de meses para que o casal possa dar entrada na aquisição do imóvel é igual a

A 95.

B 96.

C 97.

D 123.

E 124.